Jean-Marie Dufour
Janvier 2002
Compilé : 19 janvier 2002

THÉORIE ÉCONOMÉTRIQUE
EXERCICES 11
TESTS FONDÉS SUR LA VRAISEMBLANCE

1. Expliquez de façon intuitive les principes qui sous-tendent les tests de Wald, du score de Rao, du rapport de vraisemblance, $C(\alpha)$ de Neyman, et de Hausman.
2. Soit $(Y_i,\, X_i)\,,\, i = 1,\, \ldots\,,\, n$, des observations telles que la vraisemblance conditionnelle de $Y = (Y_1,\, \ldots\,,\, Y_n)$ étant donné $X = (X_1,\, \ldots\,,\, X_n)'$ a la forme

$$L_n(\theta) = \prod_{i=1}^{n} f(y_i \mid x_i,\, \theta)$$

où θ est un vecteur $p \times 1$ de paramètres. De plus, on suppose que les conditions de la propriété (7.58) [Gouriéroux and Monfort (1989, chap. VII)] sont satisfaites et on considère une hypothèse implicite $H_0 : g(\theta) = 0$, où $g(\theta)$ est un vecteur $r \times 1$ tel que la matrice $\partial g/\partial\theta'$ est de rang r $(1 \le r \le p)$.

   (a) Dérivez la distribution asymptotique (sous H_0) de la statistique de Wald pour tester H_0.
   (b) Démontrez que ce test est convergent.

3. Sous les mêmes conditions que dans la question 2,

   (a) décrivez la statistique du score de Rao pour tester H_0 et montrez qu'elle est identique à la statistique du multiplicateur de Lagrange ;
   (b) dérivez la distribution asymptotique de la statistique du score ;
   (c) montrez que la statistique du score est asymptotiquement équivalente à la statistique de Wald (sous H_0) ;
   (d) donnez une condition suffisante sous laquelle le test du score est convergent.

4. Sous les mêmes conditions que dans la question 2, montrez que les statistiques de Wald, du score de Rao et du rapport de vraisemblance sont asymptotiquement équivalentes sous H_0.
5. Pour une hypothèse du type $H_0 : \theta_1 = \theta_1^0$, où $\theta = (\theta_1',\, \theta_2')'$ et θ_i est un vecteur $p_i \times 1$ $(i = 1,\, 2)$, et sous les mêmes conditions que dans la question 2,

(a) décrivez la statistique $C(\alpha)$ de Neyman pour tester H_0;

(b) montrez que cette statistique est asymptotiquement équivalente (sous H_0) à la statistique de Wald et dérivez de ce fait la distribution asymptotique de la statistique $C(\alpha)$ sous H_0;

(c) décrivez comment on pourrait mettre en oeuvre un test $C(\alpha)$ au moyen d'une régression artificielle.

Références

GOURIÉROUX, C., AND A. MONFORT (1989) : *Statistique et modèles économétriques, Volumes 1 et 2*. Economica, Paris.