Logique et tests d'hypothèses : réflexions sur les problèmes mal posés en économétrie*

Jean-Marie Dufour†

Mai 2000
Cette version : 24 mai 2003, 12:31pm

*Cette recherche a été soutenue par le Conseil des Arts du Canada (Bourse Killam), le Réseau canadien de Centres d'excellence (Réseau MITACS), le Conseil de recherches en sciences humaines du Canada, le Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada et le Fonds FCAR (Gouvernement du Canada).

† Centre de recherche et développement en économique (C.R.D.E.), CIRANO et Département de sciences économiques, Université de Montréal. Adresse postale : Département de sciences économiques, Université de Montréal, C.P. 6128, Succursale Centre-ville, Montréal (Québec) H3C 3J7, Canada. Tél. : (514) 343-6557 ; Fax : (514) 343-5831. Courriel : jean.marie.dufour@umontreal.ca . Page Web : http ://www.crde.umontreal.ca/personnel/dufour.html .

Table des matières

1. Introduction

Développement récent de l'économétrie :

1. nouveaux champs d'applications liés à la disponiblité de nouvelles données : données financières, micro-données, panels, données qualitatives, etc ;
2. grande variété de nouveaux modèles : modèles de séries chronologiques multivariés, GARCH, etc ;
3. plus grande facilté à estimer des modèles non-linéaires requérant une grande capacité de calcul ;
4. méthodes d'analyse basées sur la simulation : inférence indirecte, bootstrap, etc ;
5. méthodes tendant à imposer des hypothèses plus faibles : méthodes non paramériques, distributions asymptotiques basées sur des "conditions de régularité faibles, etc ;
6. découverte de divers problèmes non-réguliers requérant des théories distributionnlles non-standard : racines unitaires, etc.

Deux types de problèmes mal posés en économétrie :

1. rechercher la solution d'un problème d'inférence par le biais d'une technique qui, **à cause de sa structure même**, ne peut livrer la marchandise ;
   deux exemples :
   (a) dans le cadre d'un modèle structurel, construire une intervalle de confiance pour un paramètre qui pourrait ne pas identifiable en utilisant la technique usuelle fondée sur les écart-types ;
   (b) tester une hypothèse sur une moyenne en supposant une hétéroscédasticité arbitraire en utilisant les techniques usuelles ("robustes à l'hétéroscédasticité") fondées sur l'utilisation des moindres généralisés ;

2. rechercher la solution d'un problème statistique pour lequel aucune une solution raisonnable n'existe :
   (a) tester une hypothèse dans un modèle dynamique qui permet que la structure dynamique dépende (sous l'hypothèse nulle) d'un nombre illimité (pas nécessairement infini) de paramètres ;
   (b) tester une hypothèse sur une moyenne dans le cadre d'un modèle non-paramétrique, *e.g.* en supposant que les observations sont i.i.d. avec une moyenne finie.

2. Modèles et hypothèses

L'objectif de l'analyse économétrique est de développer des représentations mathématiques des données qu'on appelle des **modèles** ou des **hypothèses** (modèles sujets à des restrictions).
Une hypothèse doit posséder deux qualités principales :

1. contraindre le comportement des données : être **informative ;**
   une hypothèse qui n'est pas contraignant ne dit rien et, par conséquent, ne nous apprend rien : elle est

   empiriquement vide ,
   vide de sens empirique ;

   plus un modèle est contraignant, plus il est informatif, plus il est intéressant ;
2. être **compatible avec les données** disponibles ;
   idéalement, on aimerait qu'il soit en un certain sens **vrai**.

Ces deux critères s'opposent :

1. **critère d'information** $\longrightarrow$ **parcimonie** $\longrightarrow$ modèles paramétriques, hypothèses fortes ;
2. **compatibilité avec les données** $\longrightarrow$ **modèles vagues**, peu contraignants $\longrightarrow$ modèles non-paramétriques, hypothèses faibles.

Tout un courant de pensée en philosophie des sciences insiste sur la

falsifiabilité comme critère du caractère scientifique d'une théorie (Poppe

Modèles déterministes (prétendent faire des prévisions arbitrairement précises) :

– hautement falsifiables ;
– toujours en contradiction avec les données.

Modèles probabilistes

La plupart des modèles utilisés en économétrie sont **probabilistes**, ce qui a deux conséquences :

1. **invérifiables** :
   comme pour toute théorie susceptible de faire un nombre indéfini de prévisions, on ne peut jamais être sûr que le modèle ne sera un jour remis en cause par de nouvelles données ;
2. **logiquement infalsifiables** : (contrairement aux modèles déterministes) :
   un modèle probabiliste est habituellement logiquement compatible avec toutes les vecteurs possibles d'observations.

Étant donné ces faits, il est clair que tout critère pour juger si une hypothèse est acceptable comportera une part d'arbitraire.

La théorie des tests d'hypothèses a pour but de fournir un cadre cohérent permettant de rejeter ou accepter des hypothèses probabilistes.

Adaptation probabiliste du principe de falsification.

3. Inférence statistique

Considérons une expérience dont le résultat est représenté par un vecteur d'observations

$$\mathbf{X}^{(n)} = (X_1\,, \,\ldots\,,\, X_n)' \tag{3.1}$$

où X_i est à valeurs réelles, et soit

$$\overline{F}_n(x_1\,,\,\ldots\,,\,x_n) = P[X_1 \leq x_1\,,\,\ldots\,,\,X_n \leq x_n] \tag{3.2}$$

sa fonction de distribution.

Soit

$$\mathcal{F}_n = \{\text{Fonctions de distribution sur } \mathbb{R}^n\}\ . \tag{3.3}$$

Une hypothèse H_0 sur $\mathbf{X}^{(n)}$ est une assertion qui dit que

$$H_0 : \overline{F}_n \in \mathcal{H}_0 \tag{3.4}$$

où $\mathcal{H}_0$ est une sous-ensemble de distributions possibles dans $\mathcal{F}_n$.
En particulier, $\mathcal{H}_0$ prend souvent la forme suivante :

$$\mathcal{H}_0 = \mathcal{H}(F_0\,,\theta_1^0) \equiv \{F(x)\ ,\ x \in \mathbb{R}^n : F(x) = F_0(x \,|\, \theta_1, \theta_2) \text{ et } \theta_1 = \theta_1^0\} \tag{3.5}$$

où F_0 est une fonction de forme particulière [e.g., correspondant à une loi Gaussienne] et $(\theta_1, \theta_2) \in \Omega_1 \times \Omega_2$. Dans ce cas , on écrit de façon abrégée :

$$H_0 : \theta_1 = \theta_1^0\ . \tag{3.6}$$

θ_1 est le **paramètre d'intérêt**,
θ_2 est le **paramètre de nuisance**.

$\mathcal{H}_0$ peut ne contenir qu'une seule distribution (**hypothèse simple**) ou plusieurs distributions (**hypothèse composée**).
Interprétation forte de H_0 : la "vraie" distribution de $\mathbf{X}^{(n)}$ appartient à $\mathcal{H}_0$.
Interprétation faible de H_0 : il y a au moins une distribution dans $\mathcal{H}_0$ qui peut être considérée comme une représentation "compatible" avec le

"comportement" observé de $\mathbf{X}^{(n)}$.
Peu importe l'interprétation, on a :

$$H_0 \text{ est acceptable } \iff \Big((\exists F \in \mathcal{H}_0)\ F \text{ est acceptable} \Big) \tag{3.7}$$

$$\Big(\sim \big((\exists F \in \mathcal{H}_0)\ F \text{ est acceptable} \big) \Big) \iff \Big((\forall F \in \mathcal{H}_0) \quad F \text{ est inacceptable} \Big) \tag{3.8}$$

$$H_0 \text{ est inacceptable } \iff \Big((\forall F \in \mathcal{H}_0) \quad F \text{ est inacceptable} \Big) \tag{3.9}$$

Un test pour H_0 est une règle par laquelle on décide de rejeter ou non l'hypothèse (de la considérer comme incompatible ou non avec les données).
De façon très générale, on peut représenter la règle au moyen d'une fonction indicatrice $\phi(X_1, \ldots, X_n)$ qui prend les valeurs 0 et 1 :

$$\begin{aligned} \phi(X_1, \ldots, X_n) &= 1 \quad \text{signifie que } H_0 \text{ est rejetée} \\ &= 0 \quad \text{signifie que } H_0 \text{ est acceptée} \end{aligned} \tag{3.10}$$

Par définition, $\phi(X_1, \ldots, X_n)$ est de niveau α si

$$E_F[\phi(X_1, \ldots, X_n)] = P_F[\text{Rejeter } H_0] \leq \alpha \text{ pour tout } F \in \mathcal{H}_0 \tag{3.11}$$

ou, de façon équivalente

$$\sup_{F \in \mathcal{H}_0} P_F[\text{Rejeter } H_0] \leq \alpha \tag{3.12}$$

Habituellement, $\phi(X_1, \ldots, X_n)$ est défini de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \phi(X_1, \ldots, X_n) &= 1 \quad \text{si } S_n(X_1, \ldots, X_n) > c \\ &= 0 \quad \text{si } S_n(X_1, \ldots, X_n) \leq c \end{aligned} \tag{3.13}$$

Si on considère des hypothèses de la forme :

$$H_0(\theta_1^0) : \theta_1 = \theta_1^0 \,. \tag{3.14}$$

et que l'on peut construire un test différent pour chaque possible de θ_1^0

$$\begin{aligned} \phi(\theta_1^0; X_1, \ldots, X_n) &= 1 \quad \text{si } S_n(\theta_1^0; X_1, \ldots, X_n) > c(\theta_1^0) \\ &= 0 \quad \text{si } S_n(\theta_1^0; X_1, \ldots, X_n) \leq c(\theta_1^0) \end{aligned} \tag{3.15}$$

on peut déterminer l'ensemble des valeurs qui sont sont considérés comme compatibles avec les données suivant les tests considérés :

$$C = \left\{ \theta_1^0 : \phi(\theta_1^0 ; X_1, \ldots, X_n) = 0 \right\} . \tag{3.16}$$

Si

$$E_F[\phi(\theta_1^0 ; X_1, \ldots, X_n)] \leq \alpha \text{ pour tout } F \in \mathcal{H}(F_0 , \theta_1^0) \tag{3.17}$$

on a

$$\inf_{\theta_1, \theta_2} P[\theta_1 \in C] \geq 1 - \alpha . \tag{3.18}$$

C est une **région de confiance de niveau** $1 - \alpha$ pour θ_1 .

En pratique, les régions (ou intervalles) de confiance ont été rendus possible par la découverte de **statistiques pivotales** :

$$S_n(\theta_1; X_1, \ldots, X_n) \sim \text{Distribution sans paramètre de nuisance (ou bornable)} \tag{3.19}$$

On peut trouver un point c tel que :

$$P[S_n(\theta_1; X_1, \ldots, X_n) > c] \geq \alpha , \ \forall \theta_1 . \tag{3.20}$$

Difficultés : il y a des problèmes où

1. les statistiques proposées ne peuvent pas être pivotales ;
2. il n'existe pas de test valide satisfaisant certaines proriétés raisonnables [e.g., dépendre des données] :

hypothèse non testable ,
hypothèse vide de sens empirique .

4. Inférence sur des modèles structurels et instruments faibles

Plusieurs auteurs dans le passé ont noté que les approximations asymptotiques usuelles ne sont plus valides ou sont de très mauvaise qualité dans les cas où les paramètres d'intérêt sont proches des régions où ceux-ci cessent d'être identifiés :

Sargan (1983, Econometrica)
Phillips (1984, International Economic review)
Phillips (1985)
Gleser and Hwang (1987, Annals of Statistics)
Koschat (1987, Annals of Statistics)
Phillips (1989, Econometric Theory)
Hillier (1990, Econometrica)
Nelson and Startz (1990a, Journal of Business)
Nelson and Startz (1990b, Econometrica)
Buse (1992, Econometrica)
Maddala and Jeong (1992, Econometrica)
Choi and Phillips (1992, Journal of Econometrics)
Bound, Jaeger, and Baker (1993, NBER Discussion Paper)
Dufour and Jasiak (1993, CRDE)
Bound, Jaeger, and Baker (1995, Journal of the American Statistical Association)
McManus, Nankervis, and Savin (1994, Journal of Econometrics)
Hall, Rudebusch, and Wilcox (1996, International Economic Review)
Dufour (1997, Econometrica)
Shea (1997, Review of Economics and Statistics)
Staiger and Stock (1997, Econometrica)
Wang and Zivot (1998, Econometrica)
Zivot, Startz, and Nelson (1998, International Economic Review)
Dufour and Jasiak (1999, International Economic Review, à paraître)
Startz, Nelson, and Zivot (1999, International Economic Review)

Considérons une situation où on a deux paramètres θ_1 et θ_2 tels que θ_2 cesse d'être identifiables lorsque θ_1 prend une certaine valeur, disons $\theta_1 = \theta_1^0$:

$$L(y|\theta_1, \theta_2) = \overline{L}(y|\theta_1^0) \text{ ne dépend pas de } \theta_2 \text{ lorsque } \theta_1 = \theta_1^0 \, . \tag{4.21}$$

4.1 Theorème *Si θ_2 est un paramètre dont la valeur n'est pas borné, alors toute région de confiance C de niveau $1-\alpha$ pour θ_2 doit posséder la propriété suivante :*

$$P[C \text{ est non-borné}] > 0 \tag{4.22}$$

et, si $\theta_1 = \theta_1^0$,

$$P[C \text{ est non-borné}] \geq 1 - \alpha \, . \tag{4.23}$$

4.1 Preuve Voir Dufour (1997, Econometrica).

4.2 Corollaire *Si C ne possède pas la propriété dans le théorème précédent, son niveau doit être nul.*

Ce sera le cas en particulier de tout intervalle de confiance de type Wald, obtenu en supposant que

$$t_{\widehat{\theta}_2} = \frac{\widehat{\theta}_2 - \theta_2}{\widehat{\sigma}_{\theta_2}} \overset{approx}{\sim} N(0,1) \quad [\text{ou une autre distribution}] \tag{4.24}$$

d'où un intervalle de la forme

$$\widehat{\theta}_2 - c\widehat{\sigma}_{\theta_2} \leq \theta_2 \leq \widehat{\theta}_2 + c\widehat{\sigma}_{\theta_2} \tag{4.25}$$

où $P[|N(0,1)| > c] \leq \alpha$. Cet intervalle a pour niveau **zero** :

$$\inf_{\theta} P\left[\widehat{\theta}_2 - c\widehat{\sigma}_{\theta_2} \leq \theta_2 \leq \widehat{\theta}_2 + c\widehat{\sigma}_{\theta_2}\right] = 0 \, . \tag{4.26}$$

Dans beaucoup de modèles, la notion d'écart-type perd sa signification usuelle et ne constitue une base valide pour construire des intervalles de confiance.

5. Inférence sur des modèles non-paramétriques

5.1. Procédures robustes à l'hétéroscédasticité de forme arbitraire

$$\begin{array}{ll} H_0: & X_1, \ldots, X_n \text{ sont des observations indépendantes} \\ & \text{chacune avec une distribution symétrique autour de } 0 \end{array} \tag{5.27}$$

H_0 permet une hétéroscédasticité arbitraire. Soit

$$\mathcal{H}_0 = \{F \in \mathcal{F}_n : F \text{ satisfait } H_0\} \tag{5.28}$$

5.1 Theorème *Si* $\phi(X_1, \ldots, X_n)$ *est un test de niveau* α *pour* H_0, *où* $0 \leq \alpha < 1$, *alors* $\phi(X_1, \ldots, X_n)$ *doit satisfaire la condition*

$$E[\phi(X_1, \ldots, X_n) \mid |X_1|, \ldots, |X_n|] \leq \alpha \text{ sous } H_0 . \tag{5.29}$$

5.1 Preuve Voir Pratt and Gibbons (1981, Concepts of Nonparametric Theory, Section 5.10) et Lehmann and Stein (1949, Annals of Mathematical Statistics).

$\phi(X_1, \ldots, X_n)$ doit être un **test de signe** (ou, de façon plus générale, un test de signe conditionnellement aux valeurs absolues des observations).

5.2 Corollaire *Si, pour tout* $0 \leq \alpha < 1$, *la condition* (5.29) *n'est pas satisfaite. alors la taille du test* $\phi(X_1, \ldots, X_n)$ *est égale à un, i.e.*

$$\sup_{F_n \in \mathcal{H}_0} E_{F_n}[\phi(X_1, \ldots, X_n)] = 1 . \tag{5.30}$$

Toutes les procédures de test soit disant "robustes à l'hétéroscédasticité" (à la White) ne satisfont pas la condition (5.29) et par conséquent ont pour niveau un : la taille réelle du test peut dévier d'autant du niveau affiché.

Pour des exemples de distorsions de niveau, voir
Dufour (1981, Journal of Time Series Analysis)
Campbell and Dufour (1995, Review of Economics and Statistics),
Campbell and Dufour (1997, International Economic Review).

5.2. Procédures robustes à l'autocorrélation de forme arbitraire

Considérons le problème qui consiste à tester l'hypothèse de racine unitaire dans le cadre d'un modèle autorégressif dont l'ordre est infini ou n'est pas borné a priori :

$$X_t = \beta_0 + \sum_{k=1}^{p} \lambda_k X_{t-k} + u_t \ , \ t = 1 \, , \ \ldots \ , \ T \tag{5.31}$$

$$u_t \overset{i.i.d.}{\sim} N[0 \, , \ \sigma^2] \tag{5.32}$$

où p n'est pas borné *a priori*. On désire tester :

$$H_0 : \sum_{k=1}^{p} \lambda_k = 1 \ . \tag{5.33}$$

$$\begin{aligned} H_0 : \ X_t = \beta_0 + \sum_{k=1}^{p} \lambda_k X_{t-k} + u_t \ , \ .t = 1 \, , \ \ldots \ , \ T \, , \\ \sum_{k=1}^{p} \lambda_k = 1 \text{ et } u_t \overset{i.i.d.}{\sim} N[0 \, , \ \sigma^2] \end{aligned} \tag{5.34}$$

5.2 Theorème *Si* $\phi(X_1, \ \ldots \ , \ X_n)$ *est un test de niveau* α *pour* H_0, *i.e.*

$$P_F[\textit{Rejeter } H_0] = E_F[\phi(X_0 \, , X_1, \ \ldots \ , \ X_n)] \leq \alpha \textit{ pout tout } F \textit{ qui satisfait } H_0 \ , \tag{5.35}$$

alors,

$$P_F[\textit{Rejeter } H_0] = E_F[\phi(X_1, \ \ldots \ , \ X_n)] \leq \alpha \textit{ pout tout } F \in \mathcal{H}_0 \ . \tag{5.36}$$

5.3 Preuve Voir Cochrane (1991, Journal of Economic Dynamics and Control) et Blough (1992, Journal of Applied Econometrics).

Le test doit se comporter de la manière suivante (pour un tests de niveau .05) :

1. on jette les données à la poubelle ;

2. au moyen d'un générateur de variables uniforme sur $(0,\ 1)$, engfendrer une variable $U \sim U(0,\ 1)$;
3. rejeter H_0 si $U \leq .05$.

Hypothèse testable :

$$\begin{aligned} H_0(6): \ \ X_t = \beta_0 + \sum_{k=1}^{6} \lambda_k X_{t-k} + u_t \ , \ .t = 1\,, \ \ldots \ , \ T\,, \\ \sum_{k=1}^{6} \lambda_k = 1 \text{ et } u_t \overset{i.i.d.}{\sim} N[0\,,\ \sigma^2] \end{aligned} \tag{5.37}$$

Difficultés semblables posées par la plupart des hypothèses sur les coefficients de (5.34).

Autres références pertinentes : Sims (1971a), Sims (1971b), Blough (1992), Faust (1996), Faust (1999).

5.3. Procédures robustes à la non-normalité

Bahadur and Savage (1956)
Tibshirani and Wasserman (1988, Canadian Journal of Statistics)

$$\begin{aligned} H_0(\mu): \ X_1, \ldots, X_n & \text{ sont des observations i.i.d.} \\ & \text{telles que } E(X_1) = \mu \end{aligned} \tag{5.38}$$

Nous voulons tester l'hypothèse que $X_1, \ldots, X_n$ ont pour moyenne zéro en supposant simplement que les observations sont i.i.d. en supposant simplement que les observations $X_1, \ldots, X_n$ sont i.i.d. Soit

$$\mathcal{H}(\mu) = \{\text{Fonctions de distributions } F \in \mathcal{F}_n \text{ telles que } H_0(\mu) \text{ est satisfaite}\}\ . \tag{5.39}$$

5.4 Theorem *Si $\phi(X_1, \ldots, X_n)$ est un test de niveau α pour $H_0(\mu_0)$, i.e.*

$$P_F[\textit{Rejeter } H_0(\mu_0)] = E_F[\phi(X_1, \ldots, X_n)] \leq \alpha \textit{ pout tout } F \in \mathcal{H}(\mu_0)\ , \tag{5.40}$$

alors, pour tout $\mu \neq \mu_0$,

$$P_F[\textit{Rejeter } H_0(\mu_0)] = E_F[\phi(X_1, \ldots, X_n)] \leq \alpha \textit{ pout tout } F \in \mathcal{H}(\mu)\ . \tag{5.41}$$

5.5 Preuve Voir Bahadur and Savage (1956).

5.6 Theorem *Si $\phi(X_1, \ldots, X_n)$ est un test de niveau α pour $H_0(\mu_0)$, i.e.*

$$P_F[\textit{Rejeter } H_0(\mu_0)] = E_F[\phi(X_1, \ldots, X_n)] \leq \alpha \textit{ pout tout } F \in \mathcal{H}(\mu_0) \tag{5.42}$$

et s'il existe au moins une valeur $\mu_1 \neq \mu_0$ telle que

$$P_F[\textit{Rejeter } H_0(\mu_0)] = E_F[\phi(X_1, \ldots, X_n)] \geq \alpha \textit{ pout } F \in \mathcal{H}(\mu_1)\ , \tag{5.43}$$

alors, pour tout $\mu \neq \mu_0$,

$$P_F[\textit{Rejeter } H_0(\mu_0)] = E_F[\phi(X_1, \ldots, X_n)] = \alpha \textit{ pout tout } F \in \mathcal{H}(\mu) . \tag{5.44}$$

Références

BAHADUR, R. R., AND L. J. SAVAGE (1956) : "The Nonexistence of Certain Statistical Procedures in Nonparametric Problems," *Annals of Mathematical Statistics*, 27, 1115–1122.

BLOUGH, S. R. (1992) : "The Relationship between Power and Level for Generic Unit Root Tests in Finite Samples," *Journal of Applied Econometrics*, 7, 295–308.

BOUND, J., D. A. JAEGER, AND R. BAKER (1993) : "The Cure can be Worse than the Disease : A Cautionary Tale Regarding Instrumental Variables," Technical Working Paper 137, National Bureau of Economic Research, Cambridge, MA.

BOUND, J., D. A. JAEGER, AND R. M. BAKER (1995) : "Problems With Instrumental Variables Estimation When the Correlation Between the Instruments and the Endogenous Explanatory Variable Is Weak," *Journal of the American Statistical Association*, 90, 443–450.

BUSE, A. (1992) : "The Bias of Instrumental Variables Estimators," *Econometrica*, 60, 173–180.

CAMPBELL, B., AND J.-M. DUFOUR (1995) : "Exact Nonparametric Orthogonality and Random Walk Tests," *Review of Economics and Statistics*, 77, 1–16.

——— (1997) : "Exact Nonparametric Tests of Orthogonality and Random Walk in the Presence of a Drift Parameter," *International Economic Review*, 38, 151–173.

CHOI, I., AND P. C. B. PHILLIPS (1992) : "Asymptotic and Finite Sample Distribution Theory for IV Estimators and Tests in Partially Identified Structural Equations," *Journal of Econometrics*, 51, 113–150.

COCHRANE, J. H. (1991) : "A Critique of the Application of Unit Root Tests," *Journal of Economic Dynamics and Control*, 15, 275–284.

DUFOUR, J.-M. (1981) : "Rank Tests for Serial Dependence," *Journal of Time Series Analysis*, 2, 117–128.

——— (1997) : "Some Impossibility Theorems in Econometrics, with Applications to Structural and Dynamic Models," *Econometrica*, 65, 1365–1389.

Dufour, J.-M., and J. Jasiak (1993) : "Finite Sample Inference Methods for Simultaneous Equations and Models with Unobserved and Generated Regressors," Discussion paper, C.R.D.E., Université de Montréal, 38 pages.

Dufour, J.-M., and J. Jasiak (1999) : "Finite Sample Limited Information Inference Methods for Structural Equations and Models with Generated Regressors," *International Economic Review*, forthcoming.

Faust, J. (1996) : "Near Observational Equivalence Problems and Theoretical Size Problems with Unit Root Tests," *Econometric Theory*, 12, 724–732.

Faust, J. (1999) : "Theoretical confidence level problems with confidence intervals for the spectrum of a time series," *Econometrica*, 67, 629–637.

Gleser, L. J., and J. T. Hwang (1987) : "The Nonexistence of $100(1-\alpha)$ Confidence Sets of Finite Expected Diameter in Errors in Variables and Related Models," *The Annals of Statistics*, 15, 1351–1362.

Hall, A. R., G. D. Rudebusch, and D. W. Wilcox (1996) : "Judging Instrument Relevance in Instrumental Variables Estimation," *International Economic Review*, 37, 283–298.

Hillier, G. H. (1990) : "On the Normalization of Structural Equations : Properties of Direction Estimators," *Econometrica*, 58, 1181–1194.

Koschat, M. A. (1987) : "A Characterization of the Fieller Solution," *The Annals of Statistics*, 15, 462–468.

Lehmann, E. L., and C. Stein (1949) : "On the Theory of some Non-Parametric Hypotheses," *Annals of Mathematical Statistics*, 20, 28–45.

Maddala, G. S., and J. Jeong (1992) : "On the Exact Small Sample Distribution of the Instrumental Variable Estimator," *Econometrica*, 60, 181–183.

McManus, D. A., J. C. Nankervis, and N. E. Savin (1994) : "Multiple Optima and Asymptotic Approximations in the Partial Adjustment Model," *Journal of Econometrics*, 62, 91–128.

Nelson, C. R., and R. Startz (1990a) : "The Distribution of the Instrumental Variable Estimator and its t-ratio When the Instrument is a Poor One," *Journal of Business*, 63, 125–140.

——— (1990b) : "Some Further Results on the Exact Small Properties of the Instrumental Variable Estimator," *Econometrica*, 58, 967–976.

Phillips, P. C. B. (1984) : "The Exact Distribution of LIML : I," *International Economic Review*, 25, 249–261.

——— (1985) : "The Exact Distribution of LIML : II," *International Economic Review*, 26, 21–36.

——— (1989) : "Partially Identified Econometric Models," *Econometric Theory*, 5, 181–240.

Pratt, J. W., and J. D. Gibbons (1981) : *Concepts of Nonparametric Theory*. Springer-Verlag, New York.

Sargan, J. D. (1983) : "Identification and Lack of Identification," *Econometrica*, 51, 1605–1633.

Shea, J. (1997) : "Instrument Relevance in Multivariate Linear Models : A Simple Measure," *Review of Economics and Statistics*, LXXIX, 348–352.

Sims, C. (1971a) : "Distributed Lag Estimation When the Parameter Space is Explicitly Infinite-Dimensional," *Annals of Mathematical Statistics*, 42, 1622–1636.

Sims, C. A. (1971b) : "Discrete Approximations to Continuous Time Distributed Lags in Econometrics," *Econometrica*, 39, 545–563.

Staiger, D., and J. H. Stock (1997) : "Instrumental Variables Regression with Weak Instruments," *Econometrica*, 65, 557–586.

Startz, R., C. R. Nelson, and E. Zivot (1999) : "Improved Inference for the Instrumental Variable Estimator," Discussion paper, Department of Economics, University of Washington.

Tibshirani, R., and L. A. Wasserman (1988) : "Sensitive Parameters," *Canadian Journal of Statistics*, 16, 185–192, Correction 17 (1989), 121.

Wang, J., and E. Zivot (1998) : "Inference on Structural Parameters in Instrumental Variables Regression with Weak Instruments," *Econometrica*, 66, 1389–1404.

Zivot, E., R. Startz, and C. R. Nelson (1998) : "Valid Confidence Intervals and Inference in the Presence of Weak Instruments," *International Economic Review*, 39, 1119–1144.