L'INCERTITUDE SUR LE COMPORTEMENT DES EXPORTATEURS ET DES IMPORTATEURS MAROCAINS OU L'INFÉRENCE STATISTIQUE DANS L'ÉQUILIBRE GÉNÉRAL CALCULABLE *

Touhami Abdelkhalek ** et **Jean-Marie Dufour** ***

I.N.S.E.A, Rabat et Université de Montréal

Juillet 2000

À paraître dans : *La politique économique du développement et les modèles d'équilibre général calculable*, édité par Bernard Decaluwé et André Martens, Presses de l'Université de Montréal.

* Cette recherche a bénéficié de l'appui financier de l'Agence canadienne pour le développement international (Programme de centres d'excellence en développement international, projet PARADI du CRDE et du CREFA), du Réseau canadien de centres d'excellence [réseau Mathematics of Information Technology and Complex Systems (MITACS)], du conseil des Arts du Canada (bourse Killam), du Conseil de recherches en science humaines du Canada, du Conseil de recherche en sciences naturelles et en génie du Canada, ainsi que du Fonds FCAR (Gouvernement du Québec).

** I.N.S.E.A., B.P. 6217, Rabat-Instituts, Rabat, Maroc. TEL: 212 7 77 09 26. FAX: 212 7 77 94 57. e-mail: Atouhami@insea.ac.ma .

*** C.R.D.E, Université de Montréal, C.P. 6128, Succursale Centre Ville, Montréal, Québec H3C 3J7, Canada. TEL: 1 514 343 6400. FAX: 1 514 343 5831. e-mail: dufour@crde.umontreal.ca. Web page: http://www.crde.umontreal.ca/personnel/dufour.html .

CHAPITRE 17

L'INCERTITUDE SUR LE COMPORTEMENT DES EXPORTATEURS ET DES IMPORTATEURS MAROCAINS OU L'INFÉRENCE STATISTIQUE DANS L'ÉQUILIBRE GÉNÉRAL CALCULABLE

Auteurs-participants : **Touhami Abdelkhalek** et **Jean-Marie Dufour**[1]

17.1 L'incertitude sur les paramètres des MEGC : un problème reconnu mais peu exploré

Les MEGC des chapitres précédents ont tous été simulés sans que l'on se soit particulièrement préoccupé de l'*incertitude* qui aurait pu entourer les valeurs numériques adoptées pour les différents paramètres technologiques ou de comportement (propension à épargner, élasticités de substitution et de transformation, élasticité-prix de la demande d'exportation, etc.). Tout au plus, avions-nous « testé », dans quelques rares cas et de manière essentiellement *ad hoc*, la robustesse de nos résultats pour des valeurs alternatives de certains de ces paramètres, comme au chapitre 12, consacré à la tarification de l'eau au Maroc, ou encore, au chapitre 16, relatif aux effets à long terme du dégrèvement douanier en Côte d'Ivoire.

Le calibrage de nos MEGC n'avait d'ailleurs pas été une opération particulièrement complexe. Dans la plupart des cas, les valeurs des paramètres avaient pu être directement calculées à partir de la MCS correspondant à la situation de référence. Lorsque cela n'avait pas été possible, nous avions, comme beaucoup d'autres l'avaient fait avant nous, simplement emprunté ces valeurs à des modèles construits pour des économies comparables à celle analysée ou à des études économétriques de nature sectorielle que nous considérions comme fiables.

---

[1] Le présent chapitre est adapté d'Abdelkhalek (1994) et d'Abdelkhalek et Dufour (1998).

Les lacunes liées à cette manière de faire ont été relevées depuis longtemps dans la littérature spécialisée, consacrée à l'équilibre général calculable (Shoven et Whalley, 1984; Wigle, 1986). Tout d'abord, la MCS ne donne en effet qu'un point d'observation, en l'occurrence une année. Les valeurs empruntées, de leur côté, proviennent souvent de pays qui, même s'il sont dits comparables, ne le sont pas vraiment, le critère de « comparabilité » restant lui-même des plus vagues. Lorsqu'elles sont tirées d'études économétriques, on ne connaît pas toujours la couverture statistique exacte des données ayant servi aux estimations. En outre, dans certains cas, la période, sur laquelle portent ces données, est très éloignée de l'année de la simulation du MEGC qui a été construit. Bref, le degré de subjectivité dans l'adoption des valeurs des paramètres apparaît, en général, très grand et explique que certains n'acceptent les résultats de simulation des MEGC qu'avec beaucoup de réticence quand il s'agit de passer de ceux-ci à des recommandations de politique socio-économique.

Une façon adéquate de répondre à ce problème serait évidemment de procéder à une *estimation économétrique* des MEGC, comme cela est fait pour les modèles macroéconomiques traditionnels, de type keynésien ou autres. C'est malheureusement quasiment irréalisable. Contrairement aux modèles macroéconomiques qui, en général, peuvent être construits sur la base des séries temporelles d'un nombre limité d'agrégats de la seule comptabilité nationale, les MEGC, s'ils devaient être estimés économétriquement, exigeraient une base énorme de données chronologiques, non seulement macroéconomiques, mais aussi microéconomiques et sectorielles, pour lesquelles le coût d'une collecte régulière serait tout à fait prohibitif. Comment demander, en effet, aux administrations statistiques des PED, la plupart du temps démunies en moyens et en cadres, de conduire, à titre d'exemple, des enquêtes annuelles sur les dépenses de consommation des différentes catégories de ménages ou sur la distribution des travailleurs de différentes qualifications dans chacune des activités de production? Il ne faut donc pas s'étonner qu'il n'existe pas d'une manière générale, à l'heure actuelle, de MEGC estimés économétriquement. Il y a bien une exception (Jorgenson, 1984) mais, encore, il s'agissait là d'un MEGC appliqué à un pays dont l'appareillage de collecte statistique est l'un des plus dotés au monde, les États-Unis d'Amérique.

En l'absence de la possibilité d'estimer économétriquement les MEGC, d'aucuns se sont tournés, pour traiter le problème de l'incertitude entourant les valeurs des paramètres, vers des *analyses de sensibilité* des résultats de simulation à des valeurs alternatives. Cinq approches ont été proposées, jusqu'à présent, pour effectuer de telles analyses :

- l'analyse de sensibilité limitée (Bernheim, Scholz et Shoven, 1989; Wigle, 1991), qui fut largement utilisée dans les premiers MEGC et qui fut surtout recommandée par Shoven et Whalley (1984). Elle consiste simplement à examiner la sensibilité des résultats lorsqu'on considère quelques combinaisons particulières des paramètres du modèle. Étant donné la manière arbitraire avec laquelle sont sélectionnées les valeurs des paramètres, la méthode reste toutefois insatisfaisante;

- l'analyse de sensibilité systématique et conditionnelle (Harrison et Kimbell, 1985; Harrison, 1986; Harrison, Jones, Kimbell et Wigle, 1993) qui examine l'effet sur la solution du modèle de perturbations unilatérales, c'est-à-dire d'un paramètre à la fois. Cette méthode ignore donc l'interaction possible de perturbations simultanées, c'est-à-dire sur plusieurs paramètres. Elle ne donne, en outre, pas de critère pour décider de l'ampleur de la perturbation à donner au paramètre;

- l'analyse de sensibilité systématique et inconditionnelle (Bernheim, Scholz et Shoven, 1989; Harrison, Jones, Kimbell et Wigle, 1993) qui tente de remédier aux insuffisances de l'approche précédente en examinant une grille de valeurs des paramètres. Bien que plus satisfaisante que les méthodes précédentes, elle demeure peu rigoureuse d'un point de vue strictement statistique tout en étant très coûteuse en calcul numérique;

- l'approche « bayesienne »[2] de la sensibilité (Harrison et Vinod, 1992) qui a recours à une mise en forme discrète appropriée du domaine de chaque paramètre, ce qui équivaut à imposer une distribution *a priori* aux paramètres du modèle;

---

[2] Du nom de Thomas Bayes, révérend de l'Église non conformiste d'Angleterre et théoricien des probabilités, né en 1702 et mort en 1761, dont les travaux donnèrent naissance à ce qui est appelé l'inférence bayesienne, celle-ci utilisant à la fois l'information *a priori* et celle obtenue des données d'échantillon.

- l'approche de l'approximation linéaire de Pagan et Shannon (1985) qui est fondée, comme son nom l'indique, sur une approximation linéaire des modèles non linéaires et fait intervenir les dérivées premières et secondes des variables endogènes par rapport aux paramètres dont les valeurs sont entachées d'incertitude.

Dans ce chapitre, nous donnons tout d'abord une version formalisée et théorique du problème de calibrage dans les MEGC (ci-après, section 17.2). Dans les sections suivantes, nous proposons deux approches systématiques de l'incertitude qui sont basées sur la notion classique de région de confiance. Plus précisément, nous traitons du problème de la mesure de l'incertitude des simulations et des solutions des MEGC en cherchant à construire des régions de confiance pour les variables endogènes, étant donné un minimum d'information sur l'incertitude relative aux élasticités. Nous plaçant dans un contexte théorique semblable à celui de Pagan et Shannon (1985), nous proposons deux méthodes de construction de régions de confiance pour une ou plusieurs variables endogènes calculées par un MEGC non stochastique ou, de façon plus générale, par un modèle de simulation non stochastique[3]. La première méthode (section 17.3) est une extension directe de l'approche proposée par Pagan et Shannon (1985). Elle est basée sur une statistique de type *Wald*[4] et suppose qu'un estimateur convergent et asymptotiquement normal du vecteur des élasticités, qui calibrent le modèle, est disponible. Elle utilise la méthode classique dite δ pour construire des régions de confiance. La deuxième méthode (section 17.4) suppose qu'une région de confiance, échantillonnale ou bayesienne, est disponible pour les paramètres libres du modèle. Étant donné celle-ci, on peut obtenir des régions de confiance pour les variables endogènes d'intérêt par une technique de *projection*. Deux avantages importants de cette seconde méthode sont le fait que sa validité n'est absolument pas affectée par les caractéristiques non

---

3 Nos méthodes sont en effet applicables à des classes de modèles, autres que les MEGC.

4 Du nom d'Abraham Wald, mathématicien, statisticien et économiste d'origine roumaine, né en 1902 et mort en 1950, qui étudia et travailla à Vienne, dans le domaine de l'inférence statistique et de la théorie de l'équilibre général concurrentiel, gardant toutefois les deux thèmes séparés. À la veille de la Deuxième Guerre mondiale, fuyant les persécutions nazies, il quitta l'Autriche pour les États-Unis, où il entra à la prestigieuse *Commission Cowles pour la recherche économique*, terminant sa carrière comme professeur à l'Université Columbia, à New York.

linéaires du modèle et qu'elle permet de construire aisément des intervalles simultanés pour un nombre pratiquement illimité de variables d'intérêt ou des transformations de celles-ci. Nous étudierons, dans ce cas, les conditions générales sous lesquelles ces régions de confiance sont bornées et (ou) prennent la forme d'intervalles. Les procédures et algorithmes numériques requis pour appliquer les deux méthodes sont présentés à la section 17.5. En particulier, nous montrons que les régions de confiance par projection s'obtiennent aisément à l'aide d'algorithmes d'optimisation habituellement requis pour résoudre les MEGC (par exemple, ceux disponibles dans le logiciel GAMS [5]). La section 17.6 donne une application de ces méthodes à un MEGC de l'économie marocaine construit pour étudier les impacts économiques de *l'augmentation des transferts en devises des résidents marocains à l'étranger*.

17.2 Le cadre théorique du calibrage [6]

De façon générale, un MEGC peut être représenté par une fonction M, telle que :

[17.2.1] $$Y = M(X, \beta, \gamma)$$

où Y est un vecteur de dimension m de variables endogènes, M une fonction habituellement non linéaire, qui peut être analytiquement compliquée, mais calculable, X un vecteur de variables exogènes ou de politique économique, β un vecteur de dimension p de paramètres libres appartenant à un sous-ensemble Γ de R^p, et γ un vecteur de dimension k de paramètres de calibrage.

---

5 *Ibidem*, section 4.2 et annexe B.

6 Dans l'écriture des équations de ce chapitre, qui ne sont pas des équations de MEGC proprement dites, mais des équations de nature théorique ou « méthodologique », nous avons dû faire appel à des symboles déjà utilisés dans les MEGC précédents, ces symboles ayant donc ici une signification différente. La liste des symboles fournie par les alphabets latin et grec est en effet limitée et nous avons été réticents à imposer au lecteur des symboles qui auraient été empruntés aux écritures arabe, chinoise, ou autres.

Du point de vue statistique, les vecteurs β et γ ne sont pas fondamentalement différents. Ils jouent cependant des rôles tout à fait distincts dans le modèle. Alors que les composantes du vecteur β sont des paramètres libres, par exemple, des élasticités des fonctions de comportement du modèle (consommation, production, importation, exportation, etc.), celles du vecteur γ sont généralement des paramètres d'échelle. Le calibrage consiste alors à déterminer le vecteur de paramètres γ de façon à reproduire *exactement* les données d'une année de référence, compte tenu d'une estimation ponctuelle du vecteur β des paramètres libres du modèle. Il n'est donc pas surprenant que le choix de ces paramètres détermine largement les résultats des simulations. En d'autres termes, on considère l'équation :

[17.2.2] $$Y_0 = M(X_0, \beta, \gamma)$$

où Y_0 et X_0 sont respectivement les vecteurs des variables endogènes et exogènes pour une année de référence et on résout celle-ci pour γ, en supposant que la solution est unique[7] :

[17.2.3] $$\gamma = H(Y_0, X_0, \beta) \equiv h(\beta)$$

Lorsqu'une estimation $\hat{\beta}$ de β est disponible, le vecteur γ est estimé en remplaçant β par son estimation dans [17.2.2] et [17.2.3]. De plus, on peut habituellement décomposer γ en deux sous-vecteurs γ_1 et γ_2, où γ_1 ne dépend pas de β. On peut alors écrire :

[17.2.4] $$\gamma_1 = h_1(Y_0, X_0)$$

Le second sous-vecteur γ_2 est, par contre, fonction à la fois de β, X_0 et Y_0, c'est-à-dire :

[17.2.5] $$\gamma_2 = h_2(Y_0, X_0, \beta)$$

---

7 Cette procédure a été, à plusieurs occasions, illustrée dans les chapitres qui précèdent. Par exemple au chapitre 9 (tableau 9.4.1), les constantes de niveau des fonctions de transformation et de substitution commerciale (B^e et A^m) furent calibrées moyennant des valeurs adoptées pour les paramètres « libres » que sont les élasticités de transformation et de substitution (τ^e et σ^m).

Comme le vecteur X des variables exogènes est supposé connu et, étant donné que la nature déterministe du modèle n'est pas remise en question, on peut simplifier les notations et écrire le modèle sous la forme compacte :

[17.2.6] $$Y = \bar{g}(X, \beta) = g(\beta)$$

où les fonctions $\bar{g}$ et g sont définies pour une année de référence particulière, après calibrage, avec g considérant le vecteur X comme étant donné. Cette formalisation et ces précisions concernant les paramètres de calibrage s'avéreront très utiles dans les développements théoriques qui suivent et même indispensables pour le traitement numérique de certaines des approches présentées dans ce chapitre.

On s'intéresse habituellement aux effets d'une ou plusieurs politiques économiques qui modifient les composantes du vecteur X. Les solutions du modèle M, simulées sur la base des différentes valeurs du vecteur des variables exogènes X, sont comparées et intégrées dans un processus de prise de décision. Toutes ces solutions sont fonctions de l'estimation ponctuelle utilisée pour le vecteur β des élasticités. Théoriquement, ce vecteur doit être estimé de façon économétrique et une matrice de covariance de l'estimateur de β doit être présentée. Ce n'est malheureusement pas le cas dans les études qui utilisent des MEGC, où aucune mesure de l'incertitude n'est habituellement disponible. Tout au plus, seules deux ou trois combinaisons arbitraires d'estimations des paramètres sont utilisées dans le cadre d'analyses de sensibilité limitées. L'information contenue dans la matrice de covariance des estimateurs des paramètres est donc, dans ce cas, simplement ignorée.

On notera aussi que les difficultés associées au calibrage des MEGC ne sont pas directement abordées par les différentes méthodes d'analyses de sensibilité que nous avons brièvement présentées plus haut. Ces méthodes ne s'intéressent qu'aux estimations, et donc aux estimateurs, du vecteur β et non pas aux estimations de γ. Remarquons aussi que, dans les MEGC, la dimension du vecteur conjoint $(\beta', \gamma')'$ peut être grande et son estimation économétrique difficile, sinon impossible. En effet, le nombre de paramètres d'un MEGC augmente rapidement avec le nombre d'activités et de catégories de ménages considérées.

Les données statistiques pour des niveaux poussés de désagrégation ne sont pas, nous l'avons dit, disponibles. Le nombre de paramètres à estimer peut même à l'occasion dépasser le nombre des données disponibles. Le calibrage peut alors être considéré comme une sorte d'estimation du vecteur γ. Il est clair que cette procédure d'estimation est ponctuelle et qu'elle ne prend pas en considération l'incertitude relative à l'estimation du vecteur des paramètres libres β, ni d'ailleurs celle associée aux chiffres qu'on trouve dans la MCS de la situation de référence.

17.3 Les régions de confiance de type Wald

Dans cette section, nous considérons une situation semblable à celle étudiée par Pagan et Shannon (1985). Nous supposons que nous disposons d'un estimateur $\hat{\beta}_T$ de β, basé sur un échantillon de taille T et de distribution asymptotique normale :

[17.3.1] $$\sqrt{T}\left(\hat{\beta}_T - \beta\right) \underset{T\to\infty}{\rightarrow} N[0, V(\beta)]$$

avec det $[V(\beta)] \neq 0$. En outre, nous avons un estimateur convergent $\hat{V} = \hat{V}_T\left(\hat{\beta}_T\right)$ de $V(\beta)$:

[17.3.2] $$\underset{T\to\infty}{\text{plim}}\, \hat{V}_T\left(\hat{\beta}_T\right) = V(\beta)$$

Sous des hypothèses usuelles de régularité (Serfling, 1980, chap. 3; Gouriéroux et Monfort, 1989, p. 556), on a alors :

[17.3.3] $$\sqrt{T}\left[g\left(\hat{\beta}_T\right) - g(\beta)\right] \underset{T\to\infty}{\rightarrow} N\left[0, G(\beta)V(\beta)G(\beta)'\right]$$

où $G(\beta)$ est la matrice de dimension (m, p) :

[17.3.4] $$G(\beta) = \frac{\partial g}{\partial \beta'}(\beta)$$

Si on suppose que :

[17.3.5] $$\text{rang}\left[G(\beta)\right] = m$$

nous avons :

[17.3.6] $$W_T(Y) = T\left[g\left(\hat{\beta}_T\right) - Y\right]' \hat{\Omega}_T^{-1}\left[g\left(\hat{\beta}_T\right) - Y\right]$$

où $\hat{\Omega}_T = G\left(\hat{\beta}_T\right)\hat{V}_T\left(\hat{\beta}_T\right)G\left(\hat{\beta}_T\right)'$ est asymptotiquement distribuée comme une variable aléatoire $\chi^2(m)$ lorsque $Y = g(\beta)$. Par conséquent, l'ensemble :

[17.3.7] $$C_Y(\alpha) = \left\{Y : W_T(Y) \leq \chi^2_\alpha(m)\right\} = \left\{Y : T\left[g\left(\hat{\beta}_T\right) - Y\right]' \hat{\Omega}_T^{-1}\left[g\left(\hat{\beta}_T\right) - Y\right] \leq \chi^2_\alpha(m)\right\}$$

où $P[\chi^2(m) \geq \chi^2_\alpha(m)] = \alpha$, est une région de confiance pour $Y = g(\beta)$ asymptotiquement de niveau $1 - \alpha$. Comme cas particuliers de cette région de confiance conjointe, on peut aussi construire des intervalles de confiance marginaux pour chacun des éléments de Y.

Étant donné que la condition de rang [17.3.5] n'est pas satisfaite lorsque $m > p$, c'est-à-dire lorsqu'il y a plus de variables endogènes que de paramètres sujets à de l'incertitude, on ne peut construire des régions de confiance simultanées de type ellipsoïdal que pour un nombre de variables endogènes inférieur ou égal au nombre de paramètres estimés. Toutefois, lorsque $m > p$, on peut malgré tout construire des régions de confiances simultanées de type rectangulaire pour n'importe quel nombre de variables endogènes. En effet, la région de confiance individuelle asymptotiquement valable de niveau $1 - \alpha_i$ pour la ième variable endogène $Y_i = g_i(\beta)$ du modèle peut s'écrire :

[17.3.8] $$C_i(\alpha_i) = \left\{Y_i : T\left[g_i(\hat{\beta}_T) - Y_i\right]^2 / \hat{\omega}_{iT} \leq \chi^2_{\alpha_i}(1)\right\}$$

où $P[\chi^2(1) \geq \chi^2_{\alpha_i}(1)] = \alpha_i$ et $\hat{\omega}_{iT}$ est l'élément pertinent de la diagonale de $\hat{\Omega}_T$. On a alors, pour T suffisamment grand :

[17.3.9] $$P\left[g_i(\beta) \in C_i(\alpha_i)\right] = 1 - \alpha_i, \quad i = 1, \ldots, m$$

Les régions $C_i(\alpha_i)$, i = 1, ..., m, sont des intervalles de confiance dont la structure est plus facile à appréhender que celle d'un ellipsoïde. Il serait, dans ce cas, intéressant de les combiner pour obtenir une région de confiance simultanée. Malheureusement, les intervalles individuels ne sont pas typiquement indépendants et le lien stochastique entre ceux-ci est difficile à établir. Toutefois, en utilisant les inégalités de Boole-Bonferroni, on voit que :

[17.3.10]
$$1-\sum_{i=1}^{k} P[g_i(\beta)\notin C_i(\alpha_i)] \leq P[g_i(\beta)\in C_i(\alpha_i),\quad i=1,\ldots,k] \leq \min_{1\leq i\leq k} P[g_i(\beta)\in C_i(\alpha_i)]$$

où $1\leq k\leq m$, c'est-à-dire

[17.3.11]
$$1-\sum_{i=1}^{k}\alpha_i \leq P[g_i(\beta)\in C_i(\alpha_i),\quad i=1,\ldots,k] \leq \min_{1\leq i\leq k}(1-\alpha_i)$$

De plus, si les régions de confiance marginales $C_i(\alpha_i)$ sont de même niveau $1-\alpha_1$, on a :

[17.3.12]
$$1-k\alpha_1 \leq P[g_i(\beta)\in C_i(\alpha_i),\quad i=1,\ldots,k] \leq 1-\alpha_1$$

et la région de confiance simultanée $\{Y\in R^k : Y_i\in C_i(\alpha_i),\ 1,\ldots,k\}$ est de niveau supérieur ou égal à $(1-k\alpha_1)$. Si la région de confiance simultanée doit avoir un niveau supérieur ou égal à $(1-\alpha)$ fixé *a priori*, il suffit donc de construire des régions de confiance marginales dont les niveaux individuels sont $(1-\alpha_i)$, i = 1, ..., k, avec $\sum_{i=1}^{k}\alpha_i=\alpha$. En particulier, on peut prendre $\alpha_i=\alpha/k$, $i=1,\ldots,k$. Cette procédure de construction de régions de confiance de type *Boole-Bonferroni* peut être utilisée pour un nombre quelconque k de variables endogènes ($k\leq m$), et pour tout nombre de paramètres p strictement positif.

Les régions de confiance développées dans cette section ont l'avantage d'être simples. Elles supposent cependant que la fonction $g(\beta)$ peut être raisonnablement approchée de façon linéaire et que la distribution de $\sqrt{T}(\hat{\beta}_T-\beta)$ est approximativement normale. Les mêmes limites s'appliquent d'ailleurs à l'approche de Pagan et Shannon (1985).

17.4 Les régions de confiance induites par projection

Supposons maintenant que nous possédons une région de confiance C de niveau $1 - \alpha$ pour le paramètre β. En d'autres termes, C est un sous-ensemble de R^p, tel que :

[17.4.1] $$P[\beta \in C] \geq 1 - \alpha$$

avec $0 \leq \alpha < 1$. La région C pourra être ici interprétée de deux manières différentes. Premièrement, on pourra supposer que C est une région de confiance échantillonnale basée sur des études statistiques antérieures et des observations passées, c'est-à-dire que C = C(Z) est un sous-ensemble aléatoire de R^p obtenu à partir d'un échantillon Z, tel que la probabilité pour que le vecteur fixe β soit contenu dans C(Z) est plus grande ou égale à $1 - \alpha$. Deuxièmement, dans d'autres cas, on pourra considérer que le paramètre β est lui-même aléatoire et que $\beta \in C$ est une région de confiance bayesienne pour β. Les arguments développés ci-dessous seront applicables selon les circonstances, suivant l'une ou l'autre de ces interprétations.

Dénotons par g(C) l'ensemble image de C par la fonction g :

[17.4.2] $$g(C) = \left\{Y \in R^m : Y = g(\beta_0) \text{ pour au moins un } \beta_0 \in C\right\}$$

Il est clair que

[17.4.3] $$\beta \in C \Rightarrow g(\beta) \in g(C)$$

et donc

[17.4.4] $$P[g(\beta) \in g(C)] \geq P[\beta \in C] \geq 1 - \alpha$$

Ceci veut dire que g(C) est une région de confiance pour g(β) avec un niveau supérieur ou égal à $1 - \alpha$ (Rao, 1973, p. 473)[8]. En particulier, lorsque C est une région de confiance échantillonnale pour β, ceci veut dire que :

[17.4.5] $$P[g(\beta) \in g(C)] \geq P[\beta \in C] \geq 1 - \alpha, \ \forall \beta \in \Gamma$$

Comme la fonction *g* est habituellement non linéaire, l'ensemble g(C) peut ne pas être facile à déterminer ou à visualiser. Ce n'est généralement ni un intervalle, ni une ellipse. Il est alors intéressant de simplifier sa structure. Pour ce faire, écrivons

[17.4.6] $$g(\beta) = [g_1(\beta), \ g_2(\beta), \ \ldots, \ g_m(\beta)]'$$

et

[17.4.7] $$g_i(C) = \{Y_i \in R : Y_i = g_i(\beta_0) \ \text{ pour un } \ \beta_0 \in C\}, \quad i = 1, \ldots, m$$

Il est dès lors clair que

[17.4.8] $$g(\beta) \in g(C) \Rightarrow g_i(\beta) \in g_i(C), \ \text{pour } \ i = 1, \ldots, m$$

d'où, moyennant [17.4.4],

[17.4.9] $$P[g_i(\beta) \in g_i(C), \ \ i = 1, \ldots, m] \geq 1 - \alpha$$

et

[17.4.10] $$P[g_i(\beta) \in g_i(C)] \geq 1 - \alpha, \ i = 1, \ldots, m$$

L'inégalité [17.4.9] signifie que les ensembles $g_i(C)$ (i = 1, ... , m), constituent *des régions de confiance simultanées* de niveau $1 - \alpha$ pour les composantes individuelles du vecteur des variables endogènes Y alors que [17.4.10] donne *des régions de confiance*

---

[8] Pour d'autres exemples d'illustration de la technique de projection en économétrie, voir Dufour (1989, 1990) et Dufour et Kiviet (1997, 1998).

marginales de niveau $1 - \alpha$ pour chaque composante de *Y*. [9] Ces régions de confiance marginales $g_i(C)$ sont des sous-ensembles de la droite réelle R, plus simples à appréhender que les régions multidimensionnelles g(C). Elles ne prennent cependant pas, en général, la forme d'intervalles, sauf si on introduit d'autres hypothèses sur l'ensemble C et sur la fonction g.

Pour obtenir des régions de confiance qui ont la forme d'intervalles, nous allons considérer les points $g_i^L(C)$ et $g_i^U(C)$ définis comme suit :

[17.4.11] $$g_i^L(C) = \inf \{ g_i(\beta_0) : \beta_0 \in C \}, \; i = 1, \ldots, m$$

[17.4.12] $$g_i^U(C) = \sup \{ g_i(\beta_0) : \beta_0 \in C \}, \; i = 1, \ldots, m$$

où $g_i^L(C)$ et $g_i^U(C)$ peuvent prendre des valeurs sur la droite réelle étendue $\overline{R} = R \cup \{-\infty, +\infty\}$. On a alors pour tout $\beta \in C$:

[17.4.13] $$g_i(\beta) \in g_i(C), \; i = 1, \ldots, m \Rightarrow g_i^L(C) \leq g_i(\beta) \leq g_i^U(C), \; i = 1, \ldots, m$$

d'où

[17.4.14] $$P\left[g_i^L(C) \leq g_i(\beta) \leq g_i^U(C), \; i = 1, \ldots, m \right] \geq P\left[g_i(\beta) \in g_i(C), \; i = 1, \ldots, m \right] \geq 1 - \alpha$$

Les intervalles $\left[g_i^L(C), \; g_i^U(C) \right]$ (i = 1, ... , m), sont donc des intervalles de confiance simultanés pour $Y_i = g_i(\beta)$ (i = 1, ... , m). Il est clair aussi que

[17.4.15] $$P\left[g_i^L(C) \leq g_i(\beta) \leq g_i^U(C) \right] \geq 1 - \alpha, \; i = 1, \ldots, m$$

Il faut noter ici deux points importants. D'une part, l'intervalle $\left[g_i^L(C), \; g_i^U(C) \right]$ est en général plus grand que $g_i(C)$, c'est-à-dire :

---

[9] Pour une discussion plus détaillée sur les régions de confiance simultanées et les régions de confiance marginales, voir Miller (1981) et Dufour (1989).

[17.4.16] $$g_i(C) \subseteq \left[g_i^L(C),\ g_i^U(C)\right]$$

D'autre part, cet intervalle n'est pas nécessairement borné, c'est-à-dire qu'on peut avoir $g_i^L(C) = -\infty$ ou $g_i^U(C) = +\infty$. Il serait intéressant, dans ce cas, de déterminer des conditions sous lesquelles on aura $g_i(C) = \left[g_i^L(C),\ g_i^U(C)\right]$ où l'intervalle $\left[g_i^L(C),\ g_i^U(C)\right]$ sera fermé borné. Nous établissons de telles conditions dans les trois propositions qui suivent[10].

Si on suppose que la fonction g est continue, comme l'ont fait Pagan et Shannon (1985), Wigle (1991) et Bernheim, Scholz et Shoven (1989)], et si la région de confiance C est compacte et (ou) connexe dans R^p, des résultats intéressants peuvent être établis[11]. En effet, si en plus de l'hypothèse de continuité de g, on suppose que la région de confiance C pour β est compacte, c'est-à-dire fermée et bornée dans R^p, la région de confiance g(C) de $g(\beta)$ est aussi compacte, c'est-à-dire fermée et bornée dans R^m. De même, chaque fonction g_i est bornée dans C et atteint les bornes à des points dans C. Dans ce cas, il existe deux valeurs β_i^L et β_i^U dans R^p, telles que :

[17.4.17] $$g_i\left(\beta_i^L\right) = g_i^L(C) = \inf\left\{g_i(\beta_0) : \beta_0 \in C\right\},\ i = 1, \ldots, m$$

[17.4.18] $$g_i\left(\beta_i^U\right) = g_i^U(C) = \sup\left\{g_i(\beta_0) : \beta_0 \in C\right\},\ i = 1, \ldots, m$$

On peut résumer ce résultat dans la proposition suivante.

Proposition 1 : Si la fonction g(.) *est continue et si la région de confiance* C *est compacte dans* R^p*, la région de confiance simultanée* g(C) *dans* R^m *ainsi que chacune des régions univariées* $g_i(C)$ (i = 1, ... , m) *dans* R *sont compactes.*

Les deux bornes $g_i^L(C)$ et $g_i^U(C)$ fournissent des régions de confiance ayant la forme d'*intervalles* pour chaque variable endogène du modèle lorsque la région C est

---

10 Les preuves de ces propositions sont données en annexe dans Abdelkhalek et Dufour (1998).

11 Voir Kehoe (1983) pour l'énoncé de conditions sur les fonctions de comportements dans un MEGC assurant que g(.) soit continue.

compacte et g est *continue*. Cependant, si on ajoute une hypothèse de *connexité* sur C, d'autres raffinements sont possibles.

En effet si, en plus de l'hypothèse de continuité sur g, on suppose que la région de confiance C de β est connexe, c'est-à-dire qu'elle ne peut pas être représentée comme la réunion de deux sous-ensembles ouverts disjoints et non vides de R^p, la région de confiance g(C) de g(β) est aussi connexe dans R^m. En particulier, elle peut avoir la forme d'une ellipse. De même, la région de confiance marginale $g_i(C)$ (i = 1, ... , m) est connexe dans R. Or, on sait qu'une partie connexe de R ne peut être qu'un intervalle. Ainsi, sous ces deux hypothèses, les valeurs de toutes les variables endogènes du modèle sont contenues dans des intervalles, tels que : $(-\infty, g_i^U(C))$, $(-\infty, g_i^U(C)]$, $(g_i^L(C), \infty)$, $[g_i^L(C), \infty)$, $(-\infty,\infty)$, $(g_i^L(C), g_i^U(C))$, $[g_i^L(C), g_i^U(C))$, $(g_i^L(C), g_i^U(C)]$ ou $[g_i^L(C), g_i^U(C)]$.

On peut résumer ce résultat dans une deuxième proposition.

Proposition 2 : Si la fonction g(.) *est continue et si la région de confiance* C *est connexe dans* R^p*, la région de confiance simultanée* g(C) *dans* R^m *ainsi que chacune des régions univariées* $g_i(C)$, i = 1, ... , m, *dans* R *sont connexes. En particulier, les régions* $g_i(C)$ (i = 1, ... , m), *sont des intervalles dans* R.

Finalement, si en plus de l'hypothèse de continuité sur g, la région C est *continue* dans R^p, c'est-à-dire à la fois *compacte* et *connexe,* on peut établir que $g_i(C) = \left[g_i^L(C), g_i^U(C)\right]$. Ceci nous amène à une troisième proposition.

Proposition 3 : Si la fonction g (.) *est continue et si la région* C *est continue dans* R^p*, chacune des régions univariées* $g_i(C)$, i = 1, ... , m, *dans* R *est continue et est de la forme* $\left[g_i^L(C), g_i^U(C)\right]$ *où* $g_i^L > -\infty$ *et* $g_i^U < +\infty$.

Pour illustrer comment on construit en pratique ces intervalles $\left[g_i^L(C),\ g_i^U(C)\right]$ (i = 1, ... , m), considérons le cas spécial étudié par Pagan et Shannon (1985) où la région de confiance C spécifiée pour le vecteur de paramètres β est une ellipse, c'est-à-dire :

[17.4.19] $$C = \left\{\beta_0 \in R^p : \left(\hat{\beta} - \beta_0\right)' A \left(\hat{\beta} - \beta_0\right) \leq c(\alpha)\right\}$$

où $\hat{\beta}$ est une estimation de β et A est l'inverse d'un estimateur de sa matrice de covariance. Ou encore, suivant une interprétation bayesienne, $\hat{\beta}$ est la moyenne *a priori* (ou *a posteriori*) de β et A l'inverse de la matrice de covariance *a priori* (ou *a posteriori*) de β. La région de confiance C est, dans ce cas, à la fois compacte et connexe. Comme, par hypothèse, g est différentiable, et donc continue, les régions de confiance [17.4.2] et [17.4.7] sont nécessairement compactes et connexes sur la base des propositions 1 et 2. En particulier, les régions de confiance marginales des variables endogènes du modèle, qui sont des parties de R , sont des intervalles fermés, bornés et connexes.

Dans ce cas, les bornes $g_i^L(C)$ et $g_i^U(C)$ de ces intervalles sont obtenues respectivement en minimisant et en maximisant $g_i(\beta)$ sur l'ensemble C. Sous des hypothèses de régularité usuelles, on peut calculer $g_i^L(C)$ et $g_i^U(C)$ par la méthode du multiplicateur de Lagrange :

[17.4.20] $$L = g_i(\beta_0) + \frac{\lambda}{2}\left[\left(\hat{\beta} - \beta_0\right)' A \left(\hat{\beta} - \beta_0\right) - c(\alpha)\right]$$

Les valeurs de β_0 qui minimisent et maximisent $g_i(\beta_0)$ sous la restriction $\beta \in C$ doivent satisfaire :

[17.4.21] $$\frac{\partial L}{\partial \beta_0} = \frac{\partial g_i}{\partial \beta_0} - \lambda A\left(\hat{\beta} - \beta_0\right) = 0$$

[17.4.22] $$\left(\hat{\beta} - \beta_0\right)' A \left(\hat{\beta} - \beta_0\right) = c(\alpha)$$

Si on suppose que A est non singulière, on déduit de [17.4.21] que

[17.4.23] $$\hat{\beta} - \beta_0 = \lambda^{-1} A^{-1} \left(\frac{\partial g_i}{\partial \beta_0} \right)$$

puis, moyennant [17.4.22],

[17.4.24] $$\lambda^{-2} \left(\frac{\partial g_i}{\partial \beta_0} \right)' A^{-1} \left(\frac{\partial g_i}{\partial \beta_0} \right) = c(\alpha)$$

et

[17.4.25] $$\lambda = \pm \left[\frac{\left(\frac{\partial g_i}{\partial \beta_0} \right)' A^{-1} \left(\frac{\partial g_i}{\partial \beta_0} \right)}{c(\alpha)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Les valeurs de β_0 qui donnent $g_i^L(C)$ et $g_i^U(C)$, notées $\beta_{(i)}^L$ et $\beta_{(i)}^U$, sont solutions de l'équation :

[17.4.26] $$\beta_{(i)}^* = \hat{\beta} \pm \left[\frac{\left(\frac{\partial g_i}{\partial \beta_0} \right)' A^{-1} \left(\frac{\partial g_i}{\partial \beta_0} \right)}{c(\alpha)} \right]^{-\frac{1}{2}} A^{-1} \left(\frac{\partial g_i}{\partial \beta_0} \right)$$

Il faut noter que ces valeurs ($\beta_{(i)}^L$ et $\beta_{(i)}^U$) ont été obtenues par Pagan et Shannon (1985), mais ces derniers n'ont pas montré que l'intervalle $\left[g_i^L(C),\ g_i^U(C) \right]$ peut être interprété comme étant un intervalle de confiance.

Cette méthode de construction d'intervalles de confiance pour les variables endogènes d'un MEGC, basée sur des projections, est valable en échantillons finis contrairement à la méthode de type Wald, qui est une méthode asymptotique. Dans son fondement théorique, elle n'utilise aucune approximation linéaire du modèle. Elle est en outre beaucoup moins exigeante du point de vue de l'information requise. Finalement,

les procédures numériques qu'elle nécessite sont assez faciles à mettre en place et dépendent non pas du nombre de paramètres libres p, mais du nombre de variables qui intéressent le simulateur du modèle.

17.5 Les algorithmes et les procédures numériques

Dans cette section, nous présentons les algorithmes qui permettent d'appliquer les méthodes proposées aux sections 17.3 et 17.4. Ils peuvent être traduits à l'aide de divers logiciels. Celui avec lequel nous les avons testés et utilisés est, nous l'avons dit, le logiciel GAMS.

La méthode basée sur une statistique de type Wald

Pour utiliser cette méthode, on suppose que le modélisateur dispose d'une estimation $\hat{\beta}_T$, basée sur un échantillon de taille T, du vecteur des paramètres libres β ainsi qu'une estimation $\hat{V} = \hat{V}_T\left(\hat{\beta}_T\right)$ de la matrice covariance V(β). Par ailleurs, pour construire la fonction asymptotiquement pivotale [17.3.6], il faut calculer la matrice $\hat{\Omega}_T = G\left(\hat{\beta}_T\right) \hat{V}_T \left(\hat{\beta}_T\right) G\left(\hat{\beta}_T\right)'$. De façon générale, la matrice $G\left(\hat{\beta}_T\right)$ des dérivées partielles doit être évaluée de façon numérique. Dans un MEGC, on procède comme suit. Après une première résolution qui reproduit la situation de référence avec $\beta = \hat{\beta}_T$ et les valeurs initiales des variables exogènes, on résout le modèle une seconde fois après avoir modifié les variables exogènes – celles-ci représentent la politique modifiée dont on désire étudier les effets – mais en conservant le même vecteur de coefficient $\hat{\beta}_T$. Il faut alors évaluer la matrice $G\left(\hat{\beta}_T\right)$ des dérivées de la solution Y du modèle à cet endroit. L'évaluation des dérivées partielles qui composent cette matrice peut s'effectuer en examinant des perturbations, symétriques ou non symétriques, autour de chacun des paramètres sujets à de l'incertitude, selon la dimension du vecteur β et le temps requis pour résoudre le modèle. Dans le cas de perturbations symétriques, le modèle doit être résolu 2p fois, en plus des deux résolutions de base, alors qu'il ne l'est que p fois pour des perturbations non symétriques.

Le gain de précision apporté par chacune des deux méthodes d'approximation dépend de la concavité de la fonction g(.), donc de la non-linéarité du modèle par rapport aux paramètres. Cependant, dans les deux cas, les perturbations considérées pour les paramètres doivent être très petites et appliquées à un paramètre à la fois. Dans chaque cas, le modèle est résolu avec un nouveau vecteur de paramètres et les mêmes valeurs pour les variables exogènes. Les différences entre les deux solutions, dans le cas des perturbations symétriques, ou encore la différence entre une solution avec une perturbation non symétrique et la solution de base de la simulation, sont utilisées pour approcher les dérivées partielles. De façon plus précise, on peut décrire l'évaluation de la matrice $G(\hat{\beta}_T)$ dans le cas des perturbations symétriques comme suit :

étape 1 : résoudre le modèle avec $\beta = \hat{\beta}_T$ et le calibrer de façon à reproduire, conformément aux équations [17.2.2] et [17.2.3], la situation de référence;

étape 2 : calculer le nouvel équilibre en tenant compte de la politique économique envisagée :

[17.5.1] $$Y = \bar{g}(X_1, \hat{\beta}_T)$$

où Y est le vecteur des variables endogènes ou solution du modèle, et X_1 le nouveau vecteur des variables exogènes;

étape 3 : pour chaque k, k = 1, …, p, modifier la composante $\hat{\beta}_T^k$ de $\hat{\beta}_T$ en $(\hat{\beta}_T^k + h)$, puis en $(\hat{\beta}_T^k - h)$, où h est petit. La valeur de h peut être une fraction fixe de $\hat{\beta}_T^k$, ou encore, une fonction de l'écart-type estimé de $\hat{\beta}_T^k$;

étape 4 : résoudre deux fois le modèle avec ces nouvelles composantes pour $\hat{\beta}_T$ et avec la politique économique envisagée. Les paramètres calibrés qui sont fonctions des paramètres libres sont, bien entendu, modifiés après chaque perturbation d'un paramètre libre;

étape 5 : déduire l'approximation des dérivées partielles par rapport à la *k-ième* composante de β de la façon suivante :

[17.5.2] $$\frac{\partial \bar{g}}{\partial \beta_k'}\left(X_1, \hat{\beta}_T\right) = \frac{\bar{g}\left(X_1, \hat{\beta}_T^1, \ldots, \hat{\beta}_T^k + h, \ldots, \hat{\beta}_T^p\right) - \bar{g}\left(X_1, \hat{\beta}_T^1, \ldots, \hat{\beta}_T^k - h, \ldots, \hat{\beta}_T^p\right)}{2h} ;$$

étape 6 : changer k en passant à une autre composante de $\hat{\beta}_T$ et retourner à l'étape 3 jusqu'à ce que toutes les composantes sujettes à de l'incertitude soient perturbées.

Cet algorithme permet de construire la matrice $G\left(\hat{\beta}_T\right)$ pour n'importe quelle valeur de p et de m. Comme $\hat{V}_T$ est connu, on calcule facilement la matrice carrée $\hat{\Omega}_T$. Cependant, nous l'avions souligné, à cause de la condition de rang [17.3.5] qui peut ne pas être satisfaite lorsque $m > p$, c'est-à-dire lorsqu'il y a plus de variables endogènes que de paramètres sujets à de l'incertitude dans le modèle, des régions de confiance simultanées de type ellipsoïdal ne peuvent être construites que pour un nombre de variables endogènes inférieur ou égal au nombre de paramètres sujets à de l'incertitude. Dans le cas où $p = 2$, par exemple, des régions de confiance simultanées pour des paires de variables endogènes, en plus des régions de confiance marginales ou individuelles pour chaque variable endogène, peuvent être construites. En effet, lorsque la matrice $\hat{\Omega}_T$, ou la sous-matrice associée aux variables d'intérêt, sont inversibles, on voit facilement à partir de [17.3.7] que l'ensemble

[17.5.3] $$C(\alpha) = \left\{g(\beta) : W_T(g(\beta)) \le \chi_\alpha^2(m)\right\} = \left\{g(\beta) : T\left[g\left(\hat{\beta}_T\right) - g(\beta)\right]' \hat{\Omega}_T^{-1}\left[g\left(\hat{\beta}_T\right) - g(\beta)\right] \le \chi_\alpha^2(m)\right\}$$

où $P[\chi^2(m) \ge \chi^2{}_\alpha(m)] = \alpha$, est une région de confiance de niveau $1 - \alpha$ asymptotiquement valable pour le vecteur $g(\beta)$. Selon la valeur de m, l'ensemble $C(\alpha)$ peut être un intervalle, un ellipsoïde ou un hyperellipsoïde. À partir des intervalles de confiance de chacune des variables endogènes, des régions de confiance rectangulaires de type Boole-Bonferroni pour plusieurs variables peuvent aussi être construites même lorsque $m > p$.

La méthode basée sur des projections

Bien que la théorie, qui sous-tend cette méthode, soit assez claire, la procédure numérique qui lui est associée dans le cas d'un MEGC l'est moins. Cette méthode requiert une région de confiance C, échantillonnale ou bayesienne, dans R^p, telle que :

[17.5.4] $$P[\beta \in C] \geq 1 - \alpha$$

avec $0 \leq \alpha < 1$. Comme la région C pour β peut parfois couvrir des valeurs économiquement ou numériquement non admissibles (par exemple, des valeurs négatives ou encore des valeurs pour lesquelles le modèle n'admet pas de solution numérique), on peut tronquer la région de confiance C sans affecter son niveau.

En effet, il est facile de voir qu'une telle opération ne modifie pas le niveau de la région de confiance. Si

[17.5.5] $$P[\beta \in C] \geq 1 - \alpha \text{ et } \beta \in A$$

où A est un ensemble non aléatoire de valeurs admissibles pour β, lequel représente l'information *a priori* dont on dispose, on voit aisément que

[17.5.6] $$\beta \in C \Leftrightarrow \beta \in C \cap A$$

d'où :

[17.5.7] $$P[\beta \in C] = P[\beta \in C \cap A] \geq 1 - \alpha$$

Nous allons maintenant décrire comment on peut construire numériquement des régions de confiance par projection en tenant compte des problèmes que pose le calibrage du modèle. Nous l'avons dit, la résolution numérique d'un MEGC se fait typiquement en deux étapes. La première consiste à calibrer le modèle en déterminant les valeurs des paramètres non libres qui permettent de reproduire les données de la situation de référence à partir d'une estimation du vecteur des paramètres libres et des variables endogènes et

exogènes de cette même année. La seconde étape consiste à résoudre le modèle pour les variables endogènes sous la politique économique envisagée, étant donné les valeurs de tous les paramètres connues à l'issue de la première étape. De façon générale, on doit donc résoudre un système non linéaire constitué de l'ensemble des équations du modèle. Le programme à résoudre est ainsi :

étape 1 : calculer

[17.5.8] $$\hat{\gamma}_1 = h_1(Y_0, X_0), \quad \hat{\gamma}_2 = h_2\left(Y_0, X_0, \hat{\beta}\right) ;$$

étape 2 : étant donné le résultat de l'étape précédente, calculer

[17.5.9] $$Y = M\left(X_1, \hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2, \hat{\beta}\right)$$

pour $\hat{\beta}$, X_0, X_1 et Y_0 donnés.

En pratique, calculer la valeur de Y de [17.5.9] signifie que l'on doit résoudre un système d'équations non linéaires potentiellement fort complexe. Avec un logiciel comme GAMS, ceci est fait moyennant la maximisation de la fonction constante sous les contraintes qui représentent le modèle[12].

Pour mettre en place numériquement la procédure de construction des régions de confiance par projection, la structure de ce programme est modifiée. D'une part, les paramètres libres et les paramètres calibrés qui leurs sont associés (β, γ_2) deviennent des « variables » endogènes tout comme les autres variables endogènes du modèle proprement dites. D'autre part, le calibrage pour l'année de référence doit être respecté par les valeurs de la solution $\left(\beta^*, \gamma_2^*\right)$ de ces mêmes paramètres-variables (β, γ_2), dans chacun des cas d'optimisation d'une variable endogène, composante du vecteur Y. De façon formalisée, pour les mêmes valeurs X_0, X_1 et Y_0 qu'avant, et pour la région de confiance de niveau $1 - \alpha$, calculée pour β, éventuellement spécifiée par des inégalités, ce programme révisé s'écrit :

---

12 *Ibidem*, section 4.2. et annexe B.

étape 1 révisée : calculer

[17.5.10] $\hat{\gamma}_1 = h_1(Y_0, X_0)$;

étape 2 révisée : pour chaque i = 1, …, m , maximiser puis minimiser

$$Y_i = \overline{g_i}(X_1, \beta) = g_i(\beta)$$

sujet aux contraintes

[17.5.11] $$Y = M(X_1, \hat{\gamma}_1, \gamma_2, \beta),\ \gamma_2 = h_2(Y_0, X_0, \beta),\ \beta \in C \cap A$$

Ce nouveau programme doit être résolu au maximum 2m fois pour déterminer les bornes inférieures et supérieures des intervalles de confiance de chaque variable endogène d'intérêt. Une initialisation bien étudiée du système facilite généralement sa résolution numérique. Les valeurs des estimations ponctuelles pour les variables et les paramètres-variables constituent de bonnes valeurs initiales pour l'algorithme de résolution.

La première étape de cet algorithme révisé détermine, à partir des données de la MCS de la situation de référence ou son équivalente, les valeurs des paramètres calibrés qui ne dépendent pas des paramètres libres. Puis, étant donné la simulation étudiée, représentée par X_1 , l'étape 2 est écrite en spécifiant comme *variables supplémentaires* les paramètres libres qui composent le vecteur β et les paramètres non libres qui leur sont associés et qui composent le vecteur γ_2 tandis que les équations de calibrage sont traitées comme des relations additionnelles du modèle. Ces équations, représentées par la troisième équation de l'étape 2 révisée, conservent et respectent le calibrage déterministe du modèle. Les inégalités qui délimitent la région de confiance, éventuellement tronquée, sont aussi ajoutées au système d'équations du modèle, soit à la quatrième équation de l'étape 2 du programme révisé. Le corps du modèle est entièrement conservé comme dans le programme de base, mais des paramètres sont maintenant spécifiés comme des variables (β, γ_2). Le problème d'optimisation est alors résolu en minimisant et en maximisant chacune des variables d'intérêt. On remarquera que le nombre de fois que le modèle est résolu dépend du

nombre de variables d'intérêt pour lesquelles nous voulons construire des régions de confiance et non pas du nombre de paramètres p sujets à de l'incertitude, comme c'est le cas pour la méthode basée sur une statistique de type Wald. Selon les valeurs de m et de p, on peut, dans certains cas, choisir soit l'une, soit l'autre des deux méthodes proposées, compte tenu de la complexité du modèle et du temps requis pour sa résolution. Là encore, l'approche, qui est illustrée ci-dessous, peut porter sur n'importe quelle variable endogène du modèle. Des régions de confiance simultanées de type Boole-Bonferroni peuvent aussi être construites pour deux ou plusieurs variables à la fois.

17.6 Un modèle illustratif appliqué au Maroc

Le modèle qui a été utilisé pour illustrer la construction de régions de confiance selon les deux méthodes décrites ci-dessus, est une version *agrégée*, au niveau du Maroc dans son ensemble, du modèle EXTER 1, présenté au chapitre 9. La situation de référence est donnée par la MCS, dans sa forme agrégée, de l'économie marocaine de 1985 (GREI, 1992).

Dans ce modèle, il n'y a qu'un seul produit, celui-ci pouvant être, d'une part, produit localement ou importé et, d'autre part, vendu sur le marché intérieur ou exporté. Le produit peut en outre être affecté à des fins de consommation intermédiaire, comme de consommation finale. La fonction de production est une fonction nichée : il existe une relation de stricte complémentarité entre la demande intermédiaire et la valeur ajoutée, celle-ci étant générée par de la main-d'œuvre et du capital, qui sont liés par une relation Cobb-Douglas à rendements d'échelle constants. La fermeture macroéconomique est de nature classique, l'investissement total étant déterminé par la somme des épargnes nationale et étrangère. Le numéraire du système est le produit composite, dont le prix est donc laissé égal à un.

S'il n'y a qu'un seul produit, il est toutefois différencié selon qu'il est produit localement ou importé et selon qu'il est vendu sur le marché intérieur ou exporté, ce qui était également le cas pour les différents produits du modèle EXTER. Il existe donc une fonction

de transformation commerciale entre ce qui est vendu sur le marché intérieur et exporté, semblable à celle donnée par l'équation [9.3.22] du chapitre 9, où l'élasticité de transformation (τ^e) a une valeur constante et finie. Il existe aussi une fonction de substitution commerciale, ou fonction d'Armington, entre ce qui est acheté sur le marché intérieur et importé, semblable à celle donnée par l'équation [9.3.24] du même chapitre, où l'élasticité de substitution (σ^m) a une valeur constante et finie. Ce sont précisément ces deux élasticités (τ^e et σ^m) qui seront considérées, ci-après, comme étant entachées d'*incertitude*, les autres paramètres du modèle étant supposés être connus de manière certaine[13]. Dans ce qui suit τ^e, qui est, par définition, négative, sera considérée par souci de commodité, comme étant exprimée en *valeur absolue*. Pour des raisons de simplification d'écriture, nous continuerons cependant à utiliser le symbole τ^e et non pas $|\tau^e|$.

Comme dans EXTER, τ^e et σ^m sont ici des paramètres « libres », c'est-à-dire dont la valeur numérique ne peut pas être directement calculée à partir de la MCS. Alors que dans EXTER, les valeurs de τ^e et σ^m avaient été choisies parmi des valeurs considérées comme étant raisonnables, dans le présent modèle, elles ont été estimées économétriquement sur la base de données statistiques marocaines couvrant la période 1962-1984. Les résultats de ces estimations ont donné $\hat{\tau}^e = 0{,}392957$ et $\hat{\sigma}^m = 1{,}432371$, la matrice de covariance asymptotique des deux estimateurs étant[14] :

$$\hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} 0{,}185303 & -0{,}017096 \\ -0{,}017096 & 0{,}024113 \end{pmatrix}$$

Moyennant ces valeurs de τ^e et σ^m, il a été possible de calculer (calibrer) les valeurs numériques des autres paramètres des fonctions [9.3.22] et [9.3.24], à savoir les constantes

---

13 La MCS agrégée et les équations du modèle sont données dans Abdelkhalek (1994, p. 104-111).

14 Étant donné qu'un choc affectant l'exportation peut affecter l'importation, et vice versa, particulièrement d'ailleurs, si, comme dans le modèle, le déficit courant extérieur est exogène, les erreurs d'estimation des deux équations utilisées dans l'estimation elle-même de, respectivement, τ^e et σ^m, sont susceptibles d'être corrélées entre elles. Ceci explique que la procédure d'estimation retenue a été la méthode SURE (« Seemingly Unrelated Regression Equations »). Pour plus de détails, voir Abdelkhalek et Dufour (1998, p. 528 et 534).

de niveau (B^e et A^m) et les paramètres distributifs (β^e et α^m), selon la procédure décrite à la section 9.4 du chapitre 9.

17.7 La simulation : 25 % de plus transféré du Reste du monde aux ménages marocains

La simulation a consisté à augmenter de 25 %, par rapport à la situation de référence, les transferts (nets) privés en devises effectués vers le Maroc par des non-résidents. Ces transferts sont principalement des revenus rapatriés par des Marocains vivant et travaillant à l'étranger (encadré 17.7.1).

Les résultats de la simulation sont donnés, pour une sélection de variables, au tableau 17.7.1. Nos commentaires seront brefs dans la mesure où notre intérêt porte essentiellement sur les régions de confiance que l'on peut inférer pour certaines des variables endogènes, compte tenu de l'incertitude sur les valeurs numériques de τ^e et σ^m (*ibidem*, sections 17.8 et 17.9).

Encadré 17.7.1 : Une source appréciable de devises - les résidents marocains à l'étranger

Depuis plusieurs décennies et dès avant l'indépendance du Maroc (1956), des Marocains, souvent suivis par leur famille, sont allés chercher du travail à l'étranger. Pour des raisons historiques, le premier pays d'immigration fut la France. Actuellement, on trouve des Marocains dans quasiment tous les pays de l'Union européenne, dans les pays arabes du Golfe et en Amérique du Nord. À l'origine, il s'agissait essentiellement de manœuvres ou d'ouvriers faiblement qualifiés venant surtout du nord du pays, le Rif, région particulièrement pauvre. Présentement, on trouve aussi, parmi ces émigrés, des travailleurs spécialisés, souvent hautement qualifiés (techniciens, informaticiens, ingénieurs, médecins, etc.) ayant été formés dans les écoles techniques et les universités du royaume.

Ces expatriés ont traditionnellement transféré des sommes importantes, du moins au total, à ceux restés au pays. Une partie est rapatriée par les circuits bancaires officiels, l'autre étant acheminée par des circuits de nature plus informelle, si bien qu'il n'est pas toujours facile de connaître avec précision le montant total transféré. Selon le Centre marocain de conjoncture (1991), le taux de croissance de ces transferts aurait été particulièrement élevé pour la période 1970-1990, soit 22 % par an. Sur la base de la MCS de l'économie marocaine, présentée au tableau 5.4.1 du chapitre 5, ils étaient, en 1990, de 13,2 milliards de dirhams, soit 1,6 milliard de dollars É.-U., au taux de change officiel de l'époque. Ceci représentait un montant égal à 25 % de la valeur des exportations marocaines de biens et services. Durant les années 80, ces transferts ont même permis, à certaines périodes, au Maroc, d'avoir un solde courant extérieur positif, pour un solde commercial resté négatif. Au début des années 90, la guerre du Golfe et une récession dans les pays d'accueil ont sans doute stabilisé, sinon diminué, ce flux de devises. Le mouvement a dû toutefois reprendre. En 1998, les transferts courants en provenance du Reste du monde, il est vrai, privés et publics, tels qu'enregistrés dans la balance des paiements extérieurs, correspondaient, en termes nets, à 24,7 % des exportations du Maroc en biens et services (Fonds monétaire international, 1999, p. 518).

Depuis la fin des années 80, le gouvernement du Maroc a d'ailleurs mis en place des mesures incitatives destinées à encourager ce type de transfert sous forme liquide ou par virement bancaire. En particulier, en mai 1988, il a permis aux ressortissants vivant à l'étranger d'ouvrir dorénavant, au Maroc, des comptes en *dirhams convertibles*, alimentés en devises, ceux-ci pouvant, à la différence des comptes bancaires usuels, être librement débités pour l'achat éventuel de devises auprès de la Banque centrale (*Bank Al-Maghrib*). Ces expatriés ne sont plus en outre appelés, dans le langage officiel, travailleurs marocains à l'étranger (T.M.E.), mais résidents marocains à l'étranger (R.M.E.), ceci reflétant le fait que beaucoup d'entre eux sont devenus, dans leur terre d'immigration, des entrepreneurs ou y exercent des professions libérales.

Tableau 17.7.1
Sélection de résultats de la simulation du modèle marocain

Variables endogènes	Situation de référence (1985)	Nouvelle situation
Prix :		
prix du marché de la production locale vendue sur le marché intérieur	1,000	1,006 *(0,60)*
prix du marché des importations	1,211	1,182 *(–2,38)*
prix au producteur des exportations	0,990	0,966 *(–2,38)*
taux de change extérieur nominal	1,000	0,976 *(–2,38)*
Agrégats : [millions de dirhams]		
valeur ajoutée (volume)	116 858,0	116 858,0 *(0,00)*
exportation (volume)	32 198,0	31 867,9 *(–1,03)*
importation (volume)	42 806,0	44 761,9 *(4,57)*
production locale vendue sur le marché intérieur (volume)	209 847,0	210 168,8 *(0,15)*
produit composite (volume)	261 699,0	264 363,1 *(1,01)*
revenu des ménages (valeur)	102 093,1	104 674,6 *(2,53)*
consommation des ménages (valeur)	83 829,1	85 948,8 *(2,53)*
épargne des ménages (valeur)	14 116,0	14 472,9 *(2,53)*
recettes de l'État (valeur)	23 402,7	23 709,1 *(1,31)*
épargne de l'État (valeur)	–4 677,6	–4 371,2 *(6,55)*
investissement total (valeur)	35 122,8	35 666,6 *(1,55)*

( ) : Pourcentage de variation par rapport à la situation de référence.

L'afflux de devises augmente le revenu des ménages marocains et, en conséquence, leur consommation et leur épargne. Ceci crée une demande excédentaire du produit, qui explique une augmentation du prix relatif de la production intérieure. Importer devient donc relativement plus attirant. Cette importation accrue est renforcée par une appréciation nominale de la monnaie nationale et rendue possible par les recettes en devises dues au transfert des non-résidents, qui ont augmenté[15]. En effet, l'exportation a diminué, compte tenu de cette même appréciation de la monnaie nationale, et ne peut pas faire face au financement du supplément d'importation. Les recettes de l'État, quant à elles, augmentent, sous l'effet, d'une part, de l'accroissement des recettes douanières à l'importation et, d'autre part, de l'augmentation des impôts directs perçus sur le revenu additionnel des ménages, ce qui induit une diminution du déficit courant de l'État. Au total, il y a donc un accroissement de l'épargne nationale qui détermine une augmentation de l'investissement total.

17.8 Les régions de confiance de type Wald dans le cas marocain

Nous avons précisé plus haut que l'approche peut porter sur n'importe quelle variable endogène du modèle. Cependant, comme nous l'avons aussi dit, étant donné le nombre de paramètres libres qui n'est que de deux, les régions de confiance simultanées de type ellipsoïdal ne peuvent être construites que pour deux variables à la fois. Nous nous concentrerons ainsi sur six variables endogènes. Il s'agit des exportations en volume (EX), des importations en volume (M), de l'épargne de l'État (SG), de l'investissement total en valeur (IT), de la demande intérieure du produit local en volume (D) et du taux de change extérieur nominal (e).

Le tableau 17.8.1 donne le calcul des dérivées partielles des six variables endogènes par rapport aux deux paramètres libres, source d'incertitude dans le modèle. Ces dérivées sont calculées selon l'algorithme décrit plus haut moyennant des perturbations symétriques des paramètres.

---

15 *Stricto sensu*, étant donné l'absence de monnaie du modèle, l'appréciation nominale n'est ici qu'une diminution du coefficient de conversion du prix international en devises en prix international libellé en monnaie nationale (*ibidem*, section 9.1, encadré 9.1.1).

Tableau 17.8.1
Calcul des dérivées partielles des variables endogènes d'intérêt par rapport aux paramètres libres, source d'incertitude

Variables	Valeur de la situation de référence	Valeur de la nouvelle situation	Dérivée partielle par rapport à τ^{e} (1)	Dérivée partielle par rapport à σ^{m} (1)
EX	32 198,00	31 867,92374	–704,70814873	175,60394618
M	42 806,00	44 761,86308	–625,08111575	282,41984793
SG	–4 677,60	–4 371,17586	–55,51498001	168,39212746
IT	35 122,80	35 666,55332	–13,84375390	224,97662966
D	209 847,00	210 168,7960	688,37048328	–168,60157041
e	1,00	0,97617	0,01272404	0,01047215

(1) Ce sont, comme indiqué ci-dessus (*ibidem*, section 17.5), les deux colonnes de la matrice jacobienne G.

À l'aide des résultats du tableau 17.8.1, on peut construire des intervalles de confiance marginaux pour les variables endogènes d'intérêt retenues. Le tableau 17.8.2 donne ces intervalles, de niveau *95 %*, pour la valeur de la variable après la simulation et la différence correspondante en valeur absolue et en pourcentage.

L'analyse des intervalles de confiance obtenus montre que certaines conclusions tirées des résultats ponctuels de la simulation sont assez robustes. On remarque, en particulier, que les signes des changements de quatre des variables sont clairement, soit positifs (M, SG, IT), soit négatifs (e), à un niveau de 5 %. Par ailleurs, la direction des effets sur les exportations (EX) et la demande intérieure du produit local (D) est ambiguë. Si on évalue la précision des intervalles à partir de la différence entre leurs bornes supérieure et inférieure en termes de pourcentage, on voit que ceux-ci se classent par ordre décroissant de précision de la manière suivante : IT, D, e, M, SG, EX. En particulier, la différence en pourcentage pour les intervalles de IT, D, e et M, est inférieure à 3 %.

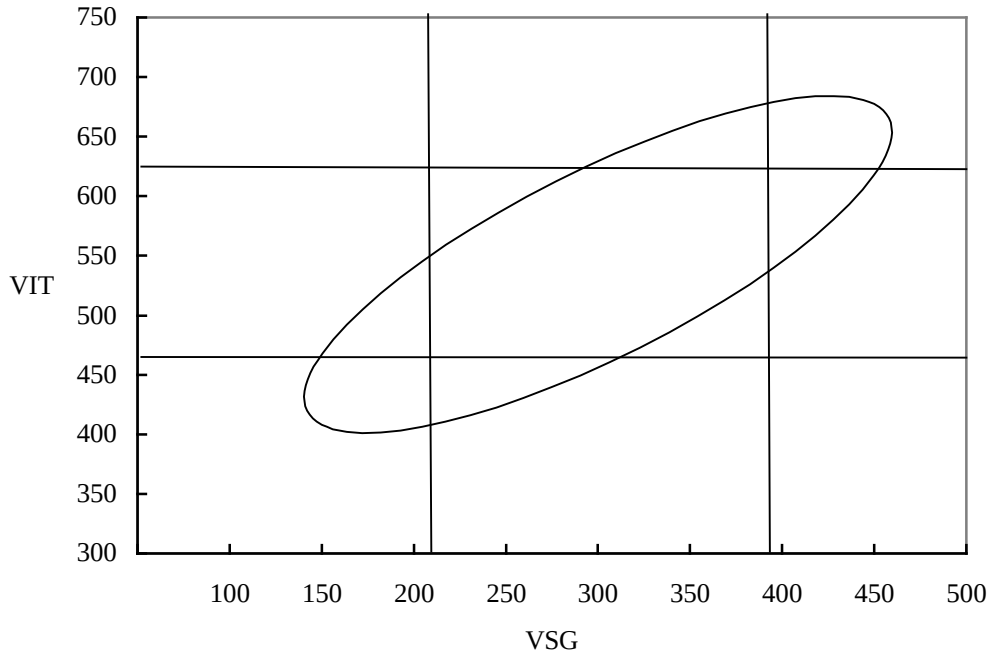
Tableau 17.8.2
Intervalles de confiance marginaux de niveau 95 %
pour les variables endogènes d'intérêt (1)
[basés sur une statistique de type Wald]

Variables	Intervalle de confiance pour la valeur de la variable		Intervalle de confiance pour la différence avec la valeur de la situation de référence				
			Différence en valeur		Différence en %		
	borne inférieure	borne supérieure	borne inférieure	borne supérieure	borne inférieure	borne supérieure	étendue
EX	31 257,500	32 478,347	–940,4999	280,3474	–2,9210	0,8707	3,7917
M	44 206,248	45 317,478	1 400,2481	2 511,4780	3,2711	5,8671	2,5960
SG	–4 448,946	–4 293,405	228,6535	384,1947	4,8883	8,2135	3,3252
IT	35 594,208	35 738,899	471,4077	616,0989	1,3422	1,7541	0,4119
D	209 572,824	210 764,768	–274,1761	917,7681	–0,1307	0,4374	0,5681
e	0,9657824	0,9865576	–0,0342176	–0,013442	–3,4218	–1,3442	2,0776

(1) Toutes les résolutions et calculs numériques ont été effectués avec les précisions de la machine et des logiciels utilisés, des arrondissements ayant été faits pour la présentation ($\alpha = 0{,}05$, $\chi^2_\alpha(1) = 3{,}84146$).

Les tableaux 17.8.1 et 17.8.2 n'illustrent cependant que la construction d'intervalles de confiance pour des variables prises individuellement. Notre approche nous permet aussi de produire des régions de confiance simultanées pour un couple de variables endogènes d'intérêt. Ces régions, moins usuelles, ont la même interprétation qu'un intervalle de confiance dans le cas unidimensionnel. Elles sont certes moins faciles à visualiser et à construire. Nous illustrons ce type de régions pour les *variations* des deux variables que sont l'épargne publique (SG) et l'investissement total (IT). La procédure de construction de ces régions est la même que dans le cas unidimensionnel. La fonction pivotale est dans ce cas une forme quadratique des variations inconnues des deux variables SG et IT , notées VSG et VIT respectivement. Pour un niveau donné de confiance, 95 %, par exemple, elle définit une partie de R^2 qui est une région de confiance simultanée pour les variations de ces deux variables endogènes. Graphiquement, cette région de confiance est une ellipse sur le plan. La forme de cette région de confiance est représentée au graphique 17.8.1. Son centre a

comme coordonnées les estimations ponctuelles des variations. Elle montre de façon claire la corrélation positive assez forte entre les estimateurs des deux variations, étant donné l'incertitude sur les deux élasticités, ce qui est conforme à la logique du MEGC utilisé et à sa fermeture classique. Si on s'intéresse à des régions de confiance rectangulaires, plus simples à visualiser, on peut en illustrer la construction par celle qui a le même niveau que la région de confiance ellipsoïdale et qui correspond aux deux variations VSG et VIT. Cette région de confiance de type Boole-Bonferroni, de niveau 95 %, n'est autre que le rectangle associé aux deux intervalles de confiance de niveau 97,5 % pour chacune des deux variations. Elle est aussi illustrée dans le graphique 17.8.1. Le centre des deux régions est le même.



Graphique 17.8.1 : Formes des régions de confiance simultanées pour VSG et VIT (niveau de confiance = 95 %)

17.9 Les régions de confiance par projection dans le cas marocain

L'estimation simultanée, par la méthode SURE, des deux élasticités du commerce extérieur (τ^e et σ^m) qui constituent le vecteur β, a aussi produit, nous l'avons vu, une estimation de la matrice de covariance asymptotique des deux estimateurs, soit[16] :

$$\hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} 0{,}185303 & -0{,}017096 \\ -0{,}017096 & 0{,}024113 \end{pmatrix}$$

Il est ainsi possible de construire une région de confiance C de niveau $1 - \alpha$ pour le vecteur β. La région de confiance C peut être rectangulaire si on ignore la covariance entre les estimateurs des deux élasticités. Un intérêt particulier de ce type de région est de permettre l'utilisation de paramètres qui ne sont pas estimés ensemble et pour lesquels aucune estimation de la matrice de covariance n'est disponible. Dans notre cas, la région de confiance C peut être ellipsoïdale moyennant la construction d'une région de confiance simultanée pour τ^e et σ^m qui tient compte de la matrice de covariance estimée. Nous présentons ici les résultats des deux méthodes pour l'illustration et pour la comparaison. Dans les deux cas la région de confiance C pour β est de niveau 95 %.

Pour construire une région de confiance simultanée *rectangulaire* C de niveau $1 - \alpha$ pour τ^e et σ^m, il faut construire des régions de confiance marginales C_{τ^e} et C_{τ^m} de niveaux respectifs $1 - \alpha_1$ et $1 - \alpha_2$, tels que $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$. Contrairement à l'approche SURE considérée ci-dessous, aucune hypothèse sur la forme de dépendance entre les erreurs relatives aux deux équations qui ont permis l'estimation de τ^e et de σ^m n'est faite à ce niveau. Ceci découle en fait de l'inégalité de Boole-Bonferroni qui se vérifie quel que soit la nature de cette dépendance. Plus précisément et pour simplifier la présentation, nous prenons $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha / 2$ et nous déduisons les deux intervalles de confiance suivants :

---

16 *Ibidem*, section 17.6.

[17.9.1] $$C_{\tau^e} = \left[\hat{\tau}^e - t(\alpha_1;8)s_{\hat{\tau}^e}, \hat{\tau}^e + t(\alpha_1;8)s_{\hat{\tau}^e} \right],\ C_{\sigma^m} = \left[\hat{\sigma}^m - t(\alpha_1;6)s_{\hat{\sigma}^m}, \hat{\sigma}^m + t(\alpha_1;6)s_{\hat{\sigma}^m} \right]$$

où $s_{\hat{\tau}^e}$ et $s_{\hat{\sigma}^m}$ sont les écarts-types estimés des estimateurs $\hat{\tau}^e$ et $\hat{\sigma}^m$, $t(\alpha_1;\nu)$ est telle que $P[t(\nu) \geq t(\alpha_1;\nu)] = \alpha_1/2$, $t(\nu)$ étant une variable aléatoire de Student avec ν degrés de liberté. Dans notre cas, avec $\alpha_1 = 0{,}025$, on a $t(\alpha_1; 8) = 2{,}75152$ et $t(\alpha_1;6) = 2{,}96869$. Comme les deux intervalles de confiance ici construits peuvent couvrir de faibles valeurs de τ^e et σ^m, sinon des valeurs négatives et qui sont économiquement inadmissibles ou pour lesquelles le modèle n'admet pas numériquement de solution, nous pouvons tronquer à gauche l'un ou l'autre de ces deux intervalles de confiance sans affecter leur niveau.

Cette procédure n'affecte dans notre cas que l'intervalle de confiance de τ^e qui est donc tronqué pour ne retenir que les valeurs pour lesquelles une solution numérique du modèle existe. En effet, en observant les intervalles de confiance calculés selon [17.9.1], nous remarquons que celui relatif à τ^e couvre des valeurs négatives. [17] L'intervalle de confiance relatif à σ^m étant retenu sans modification. Les deux intervalles calculés et numériquement utilisés sont donc :

[17.9.2] $$0{,}3633 \leq \tau^e \leq 2{,}7319\ ,\quad 0{,}4762 \leq \sigma^m \leq 2{,}0513$$

En d'autres termes le rectangle, qui découle de [17.9.1], représente la région de confiance C de niveau supérieur ou égal à 95 % pour le vecteur $\beta = (\tau^e, \sigma^m)'$. Tronquée, elle est numériquement délimitée par le rectangle défini par [17.9.2]. La région de confiance ainsi définie est une partie continue (compacte et connexe) de R^2. En appliquant la procédure décrite plus haut aux résultats des simulations, nous obtenons un intervalle de confiance pour chaque variable endogène d'intérêt. Ces intervalles de confiance sont de niveau supérieur ou égal à 95 %. Le tableau 17.9.1 présente ces résultats.

---

[17] Rappelons que τ^e est ici exprimé en valeur absolue et non pas en valeur algébrique (*ibidem*, section 17.6). Il doit donc avoir, dans ce cas, une valeur positive si on doit lui associer une signification économique.

Tableau 17.9.1
Intervalles de confiance marginaux de niveau 95 %
pour les variables endogènes d'intérêt (1)
[cas des régions de confiance rectangulaires pour les paramètres]

Variables	Intervalle de confiance pour la valeur de la variable		Intervalle de confiance pour la différence avec la valeur de la situation de référence				
			Différence en valeur		Différence en %		
	borne inférieure	borne supérieure	borne inférieure	borne supérieure	borne inférieure	borne supérieure	étendue
EX	30 609,184	31 966,332	–1 588,8164	–231,6680	–4,9345	–0,71951	4,21501
M	43 561,513	44 908,459	755,5117	2 102,4609	1,7650	4,91160	3,14664
SG	–4 699,347	–4 290,609	-21,7466	386,9907	-0,4649	8,2733	8,73818
IT	35 223,041	35 772,746	100,2383	649,9453	0,28539	1,85049	1,56510
D	210 073,700	211 402,950	226,7031	1 555,9063	0,10803	0,74145	0,63342
e	0,9506900	0,9893900	–0,04931	–0,010610	–4,93100	–1,06100	3,87000

(1) Toutes les résolutions et calculs numériques ont été effectués avec les précisions de la machine et des logiciels utilisés, des arrondissements ayant été effectués pour la présentation.

Les intervalles de confiance obtenus en utilisant cette méthode sont plus longs que ceux obtenus en utilisant la méthode basée sur la statistique de Wald. La méthode d'estimation est ici différente. L'hypothèse de dépendance entre les deux équations estimées n'étant pas faite.

Reprenons maintenant la même démarche qu'avant avec une région de confiance ellipsoïdale pour les paramètres τ^e et σ^m sujets à de l'incertitude. On notera toujours C cette région de niveau 95 %. Contrairement au cas précédent, cette région de confiance prend en considération la corrélation entre les estimateurs des deux paramètres. La forme quadratique, base de cette région de confiance, fait intervenir la matrice de covariance estimée des deux estimateurs. En effet, compte tenu des hypothèses de base du modèle de régression SURE avec erreurs normales sous lequel nous avons estimé nos deux élasticités, il est facile de montrer que :

[17.9.3] $$Q = \left(\hat{\beta} - \beta\right)' \hat{\Sigma}^{-1} \left(\hat{\beta} - \beta\right) / p \sim F(p, T - K)$$

où $\hat{\beta}$ est l'estimateur de $\beta = \left(\tau^e, \sigma^m\right)'$, $\hat{\Sigma}$ l'estimateur de la matrice de covariance de $\hat{\beta}$, p est nombre de paramètres sujets à de l'incertitude et qui constituent le vecteur β et F(p, T – K) désigne la statistique de Fisher de nombre de degrés de liberté p et T – K. Dans notre cas p = 2 et T – K = 12. En choisissant $F_{0,05}$= $F_{0,05}$(p, T – K) = 3,88529, et comme P[F(p, T – K) ≥ F_α(p, T – K)] = α, l'ellipse centrée sur $\hat{\beta}$ et définie par

[17.9.4] $$Q = \left(\hat{\beta} - \beta\right)' \hat{\Sigma}^{-1} \left(\hat{\beta} - \beta\right) / p \leq F_{0,05}$$

est une région de confiance simultanée asymptotiquement de niveau 95 % pour le vecteur β. Autrement dit, la partie aléatoire C de R^2 définie par

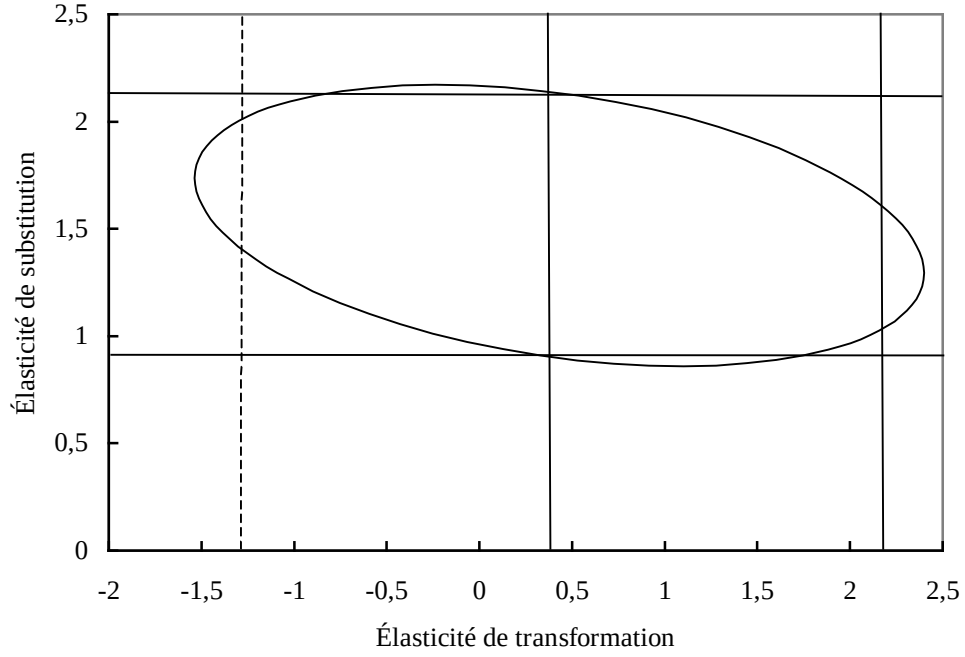
[17.9.5] $$C = \left\{\beta \in R^2 : \left(\hat{\beta} - \beta\right)' \hat{\Sigma}^{-1} \left(\hat{\beta} - \beta\right) / p \leq F_{0,05}\right\}$$

est une région de confiance simultanée asymptotiquement de niveau 95 % pour le vecteur β. Cette région de confiance sous forme d'ellipse est représentée dans le graphique 17.9.1.

Comme ici aussi la région de confiance C peut couvrir de faibles valeurs de τ^e et σ^m pour lesquelles le modèle n'admet pas de solution numérique, et même des valeurs négatives, nous tronquons cette région pour ne retenir que les valeurs économiquement et numériquement admissibles sans changer son niveau. La région de confiance numériquement retenue est alors délimitée par les inégalités suivantes :

[17.9.6] $$\begin{pmatrix} 0{,}392957 - \tau^e \\ 1{,}432371 - \sigma^m \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} 0{,}185303 & -0{,}017096 \\ -0{,}017096 & 0{,}024113 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0{,}392957 - \tau^e \\ 1{,}432371 - \sigma^m \end{pmatrix} \leq 7{,}77058$$

$$\tau^e \geq 0{,}3633.$$



Graphique 17.9.1 : Formes de régions de confiance simultanées pour les deux paramètres libres (τ^e et σ^m)
(niveau de confiance = 95 %)

Cette région est aussi une partie continue, c'est-à-dire compacte et connexe, de R^2. En appliquant la procédure décrite plus haut aux résultats des simulations, nous obtenons un intervalle de confiance pour chaque variable endogène d'intérêt. Ces intervalles de confiance sont aussi de niveau supérieur ou égal à 95 %.

Les intervalles de confiance, obtenus selon cette procédure, sont présentés au tableau 17.9.2. Ils sont tous plus courts que ceux obtenus dans le cas où la région de confiance de base pour les paramètres est de type rectangulaire. Ceci n'est pas surprenant puisque la méthode SURE utilise une hypothèse statistique supplémentaire sur le type de dépendance entre les deux équations de régression utilisées (comme pour la méthode basée sur la statistique de Wald) et donne donc de meilleurs estimateurs sous cette hypothèse. Ce qui est par contre assez surprenant c'est que trois parmi six de ces intervalles (ceux des variables EX, M et D) sont plus courts que ceux obtenus en utilisant la statistique de Wald. Ils sont plus précis tout en montrant la sensibilité des résultats par rapport à l'incertitude associée aux deux élasticités. La prise en considération de la covariance estimée des estimateurs des deux paramètres, qui est assez faible dans ce cas, ne change pas beaucoup

les résultats. Une telle région de confiance rend mieux compte des liaisons entre les estimateurs des paramètres et conduit théoriquement à des résultats plus précis. Cette approche n'est pas plus exigeante, du point de vue de l'information requise, que la méthode basée sur la statistique de Wald. Par contre, elle est plus exigeante que celle basée sur une région de confiance de type rectangulaire. Elle est, par ailleurs, numériquement plus coûteuse que la méthode de type Wald et autant que la méthode de projection à partir d'une région de confiance rectangulaire.

L'analyse des intervalles de confiance obtenus dans les deux cas montre ici aussi que les conclusions tirées à partir des résultats ponctuels de la simulation sont assez robustes. En effet, toutes les tendances révélées par les estimations ponctuelles sont confirmées par les intervalles de confiance qui ont été construits. L'ampleur du choc sur les transferts du Reste du monde aux ménages semble être suffisamment grande pour que les signes des variations des variables soient robustes face à l'incertitude sur le comportement des exportateurs et des importateurs marocains face à des changements de prix relatifs.

Tableau 17.9.2
Intervalles de confiance marginaux de niveau 95 %
pour les variables endogènes d'intérêt (1)
[cas des régions de confiance ellipsoïdales pour les paramètres]

Variables	Intervalle de confiance pour la valeur de la variable		Intervalle de confiance pour la différence avec la valeur de la situation de référence				
			Différence en valeur		Différence en %		
	borne inférieure	borne supérieure	borne inférieure	borne supérieure	borne inférieure	borne supérieure	Étendue
EX	31 095,856	31 963,886	–1 102,1445	–234,1133	–3,42302	–0,72711	2,69592
M	44044,210	44 904,419	1 238,2110	2 098,4180	2,8926	4,90217	2,00955
SG	–4 515,478	–4 293,113	162,1221	384,4873	3,46592	8,21976	4,75383
IT	35 470,860	35 769,392	348,0586	646,5898	0,99098	1,84094	0,84996
D	210 076,000	210 926,200	229,000	1 079,2031	0,10913	0,51428	0,40515
e	0,9647500	0,9858600	–0,035250	–0,014140	–3,52500	–1,41400	2,11100

(1) Toutes les résolutions et calculs numériques ont été effectués avec les précisions de la machine et des logiciels utilisés, des arrondissements ayant été effectués pour la présentation.

L’étendue de ces intervalles montre par contre une sensibilité quantitative assez élevée des résultats. Les intervalles de confiance obtenus sont dans l’ensemble comparables à ceux obtenus par la méthode basée sur la statistique de Wald. Certains sont même plus courts et plus précis étant donné que les niveaux sont les mêmes. Une région de confiance rectangulaire au sens classique ou bayesien est suffisante pour construire ces intervalles. Ceci est donc non seulement moins exigeant, du point de vue de l’information requise, mais aussi plus précis en échantillons finis et dans les cas de forte non-linéarité, toute en étant relativement plus coûteuse du point de vue numérique.

Ces résultats, qui confirment la robustesse relative des valeurs prises par les variables endogènes, suite à la simulation, n’invalident pas, de toute évidence, l’utilisation des MEGC dans l’analyse des politiques de développement. Ils suggèrent toutefois que les modélisateurs se sentiraient plus en confiance s’ils parachevaient leur travail de simulation par le recours à des méthodes d’inférence statistique, similaires à celles qui viennent d’être décrites, plutôt que de se borner à effectuer des analyses de sensibilité dont les fondements théoriques, si de tels fondements existent, sont en général mal établis.

BIBLIOGRAPHIE DU CHAPITRE 17

Abdelkhalek, T. et J.-M. Dufour (1998), « Statistical Inference for Computable General Equilibrium Model with Application to a Model of the Moroccan Economy », *The Review of Economics and Statistics* LXXX, 520-534.

Abdelkhalek, T. (1994) *Inférence statistique pour modèles de simulation et modèles calculables d'équilibre général : théorie et applications à un modèle de l'économie marocaine*, thèse de doctorat en sciences économiques, sous la direction de J.-M. Dufour, Université de Montréal, Montréal.

Bernheim, B.D., J.K. Scholz et J.B. Shoven (1989), *Consumption Taxation in a General Equilibrium Model : How Reliable are Simulation Results?*, rapport technique, Department of Economics, Stanford University, Stanford, Ca.

Centre marocain de conjoncture (1991), « Les transferts des TME : tendances et comportements », lettre du CMC no 7/8, octobre-novembre.

Dufour, J.-M. (1989), « Nonlinear Hypotheses, Inequality Restrictions and Non-Nested Hypotheses : Exact Simultaneous Tests in Linear Regressions », *Econometrica* 57, 335-355.

Dufour, J.-M. (1990), « Exact Tests and Confidence Sets in Linear Regression with Autocorrelated Errors », *Econometrica* 58, 475-494.

Dufour, J.-M. et J. Kiviet (1998), « Exact Inference Methods for First-Order Autoregressive Distributed Lag Models », *Econometrica* 66, 79-104.

Fonds monétaire international (1999), *Statistiques financières internationales*, Washington, D.C., décembre.

Gouriéroux, C. et A. Monfort (1989), *Statistique et modèles économétriques*, volume 2, Economica, Paris.

GREI (1992), *La matrice de comptabilité sociale du Maroc de 1985*, monographie 1, Groupe de recherche en économie internationale, Faculté des sciences juridiques, économiques et sociales, Université Mohammed V, Rabat.

Harrison, G.W. et L.J. Kimbell (1985), « Economic Interdependance in the Pacific Basin : A General Approach », dans *New Developments in Applied General Equilibrium Analysis*, sous la direction de J. Piggot et J. Whalley, Cambridge University Press, Cambridge, G.-B.

Harrison, G.W. (1986), « A General Equilibrium Analysis of Tariff Reduction », dans *General Equilibrium Trade Policy Modelling*, sous la direction de T.N. Srinivasan et J. Whalley, MIT Press, Cambridge, Mass., 101-123.

Harrison, G.W. et H.D. Vinod (1992), « The Sensitivity Analysis of Applied General Equilibrium Models : Completely Randomized Factorial Sampling Designs », *The Review of Economics and Statistics* 79, 357-362.

Harrison, G.W., R. Jones, L.J. Kimbell et R. Wigle (1993), « How Robust is Applied General Equilibrium Analysis? », *Journal of Policy Modeling* 15(1), 99-115.

Jorgenson, D.W. (1984), « Econometric Methods for Applied General Equilibrium Analysis » dans *Applied General Equilibrium Analysis*, sous la direction de H.E. Scarf et J.B. Shoven, Cambridge University, Londres et New York, chapitre 4.

Kehoe, T.J. (1983), « Regularity and Index Theory for Economies with Smooth Production Technologies », *Econometrica* 51(4), 895-919.

Kiviet, J. et J.-M. Dufour (1997), « Exact Tests in Single Equation Autoregressive Distributed Lag Models », *Journal of Econometrics* 80, 195-224.

Miller, R.G. (1981), *Simultaneous Statistical Inference*, 2e édition, Springer-Verlag, New York., N.Y.

Pagan, A.R. et J.H. Shannon (1985), « Sensitivity Analysis for Linearised Computable General Equilibrium Models », dans *New Developpements in Applied General Equilibrium Analysis*, sous la direction de J. Piggot et J. Whalley, Cambridge University Press, Cambridge, G.-B.

Rao, C.R. (1973), *Linear Statistical Inference and its Applications*, 2e édition, John Wiley and Sons, New York., N.Y.

Serfling, R.J. (1980), *Approximation Theorems of Mathematical Statistics*, John Wiley and Sons, New York, N.Y.

Shoven, J.B. et J. Whalley (1984), « Applied General Equilibrium Models of Taxation and International Trade : An Introduction and Survey », *Journal of Economic Literature* 22, 1007-1051.

Wigle, R. (1991), « The Pagan-Shannon Approximation : Unconditional Systematic Sensitivity in Minutes », *Empirical Economics* 16(1), 35-49.

Wigle, R. (1986), « Summary of the Panel and Floor Discussion », dans *General Equilibrium Trade Policy Modeling*, sous la direction de T.N. Srinivasan et J. Whalley, M.I.T. Press, Cambridge, Mass., 323-354.