Jean-Marie Dufour
Janvier 2002
Compilé : 19 janvier 2002

THÉORIE ÉCONOMÉTRIQUE AVANCÉE
EXERCICES 4
GÉNÉRALITÉS SUR L'ESTIMATION

1. Soient le modèle paramétrique $(\mathcal{Y}, \mathcal{P})$, où $\mathcal{P} = \{P_\theta : \theta \in \Theta \subseteq \mathbb{R}^p\}$, et $m_y(d)$ un estimateur mixte de $g(\theta)$. Soit $L(d, \theta)$ une fonction de perte convexe en $d \in g(\Theta)$.
   (a) Montrez qu'il existe un estimateur pur $\delta(y)$, où $y \in \mathcal{Y}$, qui est préférable à $m_y(d)$.
   (b) Soit $S(y)$ une statistique exhaustive pour θ. Montrez que l'estimateur $\delta(y)$ peut être amélioré par un estimateur qui est une fonction de $S(y)$ seulement.

2. Soient $g(\theta)$ un paramètre dans $\mathbb{R}^q$ et $d(y)$ un estimateur (pur) de $g(\theta)$.
   (a) Définissez la fonction de risque quadratique matricielle pour l'estimation de $g(\theta)$ par $d(y)$.
   (b) Montrez qu'un estimateur optimal au sens du risque quadratique matriciel minimise aussi le risque scalaire
   $$L_c(d, \theta) = (c'[d - g(\theta)])^2 \text{ pour tout } c \in \mathbb{R}^q.$$

3. Soient Y_1 et Y_2 deux observations indépendantes provenant chacune d'une loi de Poisson $P(\lambda)$. Considérez les deux estimateurs
   $$\begin{aligned} \delta_1(Y) &= (Y_1 + Y_2) \,/\, 2\,, \\ \delta_2(Y) &= [Y_1 - \delta_1(Y)]^2 + [Y_2 - \delta_1(Y)]^2\,, \end{aligned}$$
   où $Y = (Y_1, Y_2)'$.
   (a) i. L'estimateur $\delta_1(Y)$ est-il sans biais ? Justifiez votre réponse.
   ii. L'estimateur $\delta_2(Y)$ est-il sans biais ? Justifiez votre réponse.
   (b) Montrez que $\delta_1(Y)$ est préférable à $\delta_2(Y)$ au sens du risque quadratique.

4. Définissez les quatre concepts suivants :
   (a) estimateur asymptotiquement sans biais ;

   (b) estimateur faiblement convergent ;
   (c) estimateur convergent en moyenne quadratique ;
   (d) estimateur fortement convergent.

5. Montrez qu'un estimateur convergent en moyenne quadratique est
   (a) asymptotiquement sans biais ;
   (b) faiblement convergent.
6. Exercice 5.1 dans Gouriéroux and Monfort (1989, chap. V, page 129).
7. Exercice 5.3 dans Gouriéroux and Monfort (1989, chap. V, page 130).
8. Exercice 5.6 dans Gouriéroux and Monfort (1989, chap. V, page 130).

Références

GOURIÉROUX, C., AND A. MONFORT (1989) : *Statistique et modèles économétriques, Volumes 1 et 2*. Economica, Paris.