

THÉORIE ÉCONOMÉTRIQUE
EXERCICES 3
INFORMATION

1. Définissez les notions suivantes :
 - (a) statistique exhaustive ;
 - (b) statistique libre ;
 - (c) information de Fisher ;
 - (d) statistique totale.
2. Soient Y_1, \dots, Y_n des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées de même densité $f(y; \theta)$. Montrez que les statistiques d'ordre de l'échantillon sont exhaustives pour θ .
3. Si les variables aléatoires Y_1, \dots, Y_n sont indépendantes $N(0, \sigma^2)$, trouvez une statistique exhaustive pour σ^2 .
4. Énoncez et démontrez le critère de factorisation pour une statistique exhaustive.
5. Quelles sont les statistiques exhaustives pour un modèle exponentiel ? Ces statistiques sont-elles minimales ? Justifiez vos réponses.
6. Soit $\ell(Y; \theta)$ la fonction de vraisemblance de l'échantillon $Y = (Y_1, \dots, Y_n)'$. Démontrez que

$$I(\theta) = E \left[-\frac{\partial^2 \log \ell(Y; \theta)}{\partial \theta \partial \theta'} \right].$$

7. Quand un paramètre est-il
 - (a) identifiable ?
 - (b) localement identifiable ?
8. Quand un modèle paramétrique est-il identifiable ?